ALAMMI

Revista CIENTÍFICA

Número 1, Julio - Diciembre, 2013

Asociación Latinoamericana de Maestros de Matemáticas Investigadores A. C.

Helena Latorre Borrero

Salvador Naya Fernández

Eder Barrios Hernández, Guillermo Muñoz Rodríguez e Inving Zetién Castillo

Camilo Ramírez, Ángela Salgado, Laura Gracia, Laura Vargas y Lina Zúñiga

María Guadalupe Amado Moreno, Reyna Arcelia Brito Páez , Ángel García Velázquez, María Teresa Guerrero Fernández y Carmen Beatriz Cuervo Arias

Thalía Ortiz García

ALAMMI

Revista Científica, Número 1. Julio-Diciembre 2013.

Es un órgano editado por la Asociación Latinoamericana de Maestros de Matemáticas Investigadores A.C. (ALAMMI) y se concibe como un medio de difusión de resultados de investigación en matemática, educación y matemática educativa, dentro de la región iberoamericana y el mundo hispanoparlante. Publica contribuciones originales y resultado de un trabajo de investigación, pueden constituir síntesis de los resultados de una investigación, propuestas teórico-metodológicas, presentación de problemáticas específicas, notas metodológicas y técnicas de información sobre una investigación en curso, el estado del arte respecto a una cuestión particular, entre otros. Es un órgano de difusión académica y un foro de discusión internacional en lengua española acerca de las problemáticas asociadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que promueve la investigación en educación matemática, así como una ventana que muestra la producción académica de la región latinoamericana en otras ciencias exactas.

Toda opinión o idea expresada en el contenido de los trabajos o artículos es responsabilidad de su autor y no refleja la postura o punto de vista de la Dirección de la publicación ni de sus responsables editoriales.

Certificado de licitud de título y contenido; Reserva de derechos de uso exclusivo; Depósito legal y Permiso Sepomex: en trámite.

Impresa por:
Reproducciones Gráficas del Sur, S. A. de C.V.
Calle de Amatl N° 20, col. Pedregal de Santo Domingo, Coyoacán, D. F.

Periodicidad: Semestral.
ISSN: 1870 _ 963X

JUNTA DIRECTIVA DE ALAMMI

Florentino Jaimes Hernández
Presidente | **México**

Javier Elizondo Quintero
Vicepresidente | **México**

María Teresa Guerrero Fernández
Secretario | **Colombia, Sur. A.**

Juan Ramón Almeida Fernández
Tesorero | **Rep. De Cuba**

Carlota Castorena Monterrubio
Responsable de Relaciones Nacionales e Internacionales
México

Abel González Martínez
Responsable de Enlace con Presidentes de otras Asociaciones
México

Patricia López de la Cruz
Responsable de Divulgación, Órganos De Información y Publicaciones
México

DIRECTORIO ALAMMI REVISTA CIENTÍFICA

Director Fundador: Florentino Jaimes Hernández
Director: Bernardino A. Almeida Carazo

COMITÉ EDITORIAL

Alfonso Jiménez Espinoza
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia | **Colombia**

Diana Yasmín Hernández Buitrago
Institución Educativa Ricauste | **Colombia**

José Francisco Leguizamón Romero
Universidad Pedagógica Nacional | **Colombia**

Margoth Valdivieso Miranda
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia | **Colombia**

Adriana Delgado Landa
Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos | **Cuba**

Walfredo González Hernández
Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos | **Cuba**

Yidian Yosbel Castellanos Sabori
Universidad de las Ciencias Informáticas | **Cuba**

Atanacio Nava Casarrubias
Universidad Autónoma de Guerrrero | **México**

José Alfredo Avantes Valenzuela
Universidad Autónoma de Sinaloa | **México**

María del Rosario Salmán Valdez
Universidad Autónoma de Sinaloa | **México**

STAFF EDITORIAL

Coordinación: Itzia Janik Macías Barreto / Hermes Data, SA de CV
Corrección de estilo: Alondra Esmeralda Jaimes Sánchez / Guillermo Peña Sanz
Diseño y formación editorial: Dulce María Aguilar Téllez
Relaciones Internacionales: Flor de Lourdes Jaimes Sánchez

Índice

HOJA LEGAL

1 ÍNDICE

2 EDITORIAL

Bernardino A. Almeida Carazo

3 INVESTIGACIÓN

3 Sistema métrico en el desarrollo del pensamiento matemático
Helena Latorre Borrero

15 Fiabilidad estadística: Estado del arte y nuevos retos
Salvador Naya Fernández

26 Tecnología tradicional y software dinámico en el proceso cognitivo de la visualización
Eder Barrios Hernández, Guillermo Muñoz Rodríguez e Inving Zetién Castillo

32 Trigonometría del cuadrado y coordenadas polares:
Estudio de la trigonometría definida desde un cuadrado y gráficas polares a partir de ésta
Camilo Ramírez, Ángela Salgado, Laura Gracia, Laura Vargas y Lina Zúñiga

39 Estilos de aprendizaje de estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
María Guadalupe Amado Moreno, Reyna Arcelia Brito Páez, Ángel García Velázquez, María Teresa Guerrero Fernández y Carmen Beatriz Cuervo Arias

52 RESEÑAS

52 Malditas Matemáticas: Alicia en el país de los números
Thalía Ortiz García

53 DOCUMENTOS

53 2° Acuerdo del II Congreso Internacional ALAMMI 2011.
Para que la ALAMMI crezca y se fortalezca

55 Convocatoria a la ALyCEAR
Thalía Ortiz García

56 Normas de colaboración Revista Científica ALAMMI

58 EN MEMORIA DE NUESTRO PRIMER CONGRESO INTERNACIONAL ALAMMI2007

58 Convocatoria

59 Ponentes presenciales

60 Ponencias no presenciales

Editorial

La Asociación Latinoamericana de Maestros de Matemática Investigadores (ALAMMI), agrupa a maestros de vocación, que cada día unen esfuerzos, con la intención esencial de lograr de su quehacer profesional, una actividad científica, tecnológica y social.

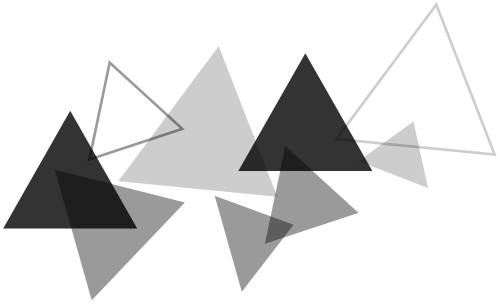
La ALAMMI fue creada a propuesta de los maestros latinoamericanos, de la Gran Canaria y España que asistieron al "VII Evento Internacional, la Enseñanza de la Matemática y la Computación" MATECOMPU 2005 convocado por el Instituto Superior Pedagógico "Juan Marinello Vidaurreta" y la Facultad de Informática de la Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos" de la República de Cuba. En las sesiones de trabajo de este evento, se manifestó unidad de criterios en los debates y presentaciones de resultados científicos, decidiéndose por aquellos maestros de vocación allí reunidos, tomar el camino de la investigación, en una organización que propiciara la búsqueda permanente de la excelencia académica, en los diferentes niveles de la educación.

La revista científica ALAMMI es el órgano de difusión y visibilidad de resultados de investigaciones de docentes de vocación, en las áreas relacionadas con la educación y matemática educativa fundamentalmente, aunque también educación aplicada a otras ciencias, tanto naturales y exactas, como sociales, en los niveles preprimaria, primaria, básico, preuniversitario, universitario y postgrado, dentro de la región latinoamericana. Esta revista además de difundir la labor académica, permite la discusión sobre problemáticas asociadas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y otras ciencias afines, dirigida a un público diverso: investigadores, profesores investigadores, estudiantes que se dediquen al estudio de la matemática, de licenciatura y postgrado; así como a diferentes personas interesadas en la reflexión sobre temas de las matemáticas y su enseñanza, y la educación actual con sus procesos de cambio.

Esta edición es más que novedosa, porque se ha creado a partir del esfuerzo cotidiano de todos y de la disciplina recabada del quehacer científico y académico de los docentes de vocación. Por lo pronto, nos place exponer en esta publicación , artículos que referidos a estudios y resultados de investigaciones realizadas por docentes comprometidos por el cambio educativo que se le pide a la educación de nuestros pueblos.

Bernardino A. Almeida Carazo.
Director.

Sistema métrico en el desarrollo del pensamiento matemático



Helena Latorre Borrero

Directora Académica Gimnasio La Montaña. Colombia.
helenalatorre@glm.edu.co

Resumen

El artículo presenta la configuración del sistema métrico, uno de los que conforma el currículo escolar, y su composición interna de cada sistema bajo tres estructuras: de clase, de relación y de operación. En segundo lugar, plantea la formación de cada una de estas estructuras en los niveles concreto, reflexivo y teórico; y, en tercer lugar, plantea los niveles en los que se logran diversos aprendizajes de acuerdo con el desarrollo cognitivo de los estudiantes: nociones, proposiciones y conceptos. Finalmente, se hace una propuesta para su organización por grados considerando cuatro aspectos: la conservación de cantidad, la comprensión y construcción de unidades no estándar de medida, la comprensión y construcción de unidades estándar de medida, la construcción de estrategias de cálculo de la longitud, el área y el volumen.

Palabras clave

Sistema Métrico Decimal, currículo de Matemáticas, didáctica, pensamiento espacial, conservación de cantidad.

Abstract

In the first part, this article explores the configuration of the metric systems that is part of the school curriculum. It also explores the internal composition of this system under three structures: class, relationship, and operation. This article also studies the conformation of each one of these structures, from the concrete, the reflexive, and the theoretical perspectives. Finally, the article states the levels in which different learning achievements are fulfilled, according to the students' cognitive development, in terms of notions, categorical statements, and concepts. Each of these parts is mainly centered in the configuration of the Metric System, and suggests that these should be organized according to the different grade levels, taking into account: quantity conservation, comprehension and construction of not standardized measurement units, comprehension and construction of standardized measurement units, creation of strategies of calculation and length, and area and volume.

Key words

Decimal Metric System, Mathematics Curriculum, Didactics, Spatial Thinking, Quantity Conservation.

1. Presentación

El Sistema Métrico Decimal tiene un puesto muy especial en el concierto del aprendizaje de las matemáticas, en tanto se constituye en un recurso de los demás Sistemas y de las Ciencias Naturales y dentro de ellas. Especialmente lo es para Física y Química. Dentro del campo de las Matemáticas, su manejo y su comprensión son necesarios para la construcción de los números racionales como un campo de aplicación y uso. A su vez, requiere de ellos para consolidar la noción de medida; también es un pretexto útil para todas las aplicaciones de solución de problemas en el Sistema de Datos y el Sistema de Análisis Real. Este artículo resulta de la experiencia de su autora durante más de 30 años de acompañamiento y en la formación de profesores en el área de Matemáticas y de la experiencia en el aula en todos los grados escolares.

El artículo presenta la configuración del sistema métrico, uno de los que conforma el currículo escolar, y su composición interna de cada sistema bajo tres estructuras: de clase, de relación y de operación. En segundo lugar, plantea la formación de cada una de estas estructuras en los niveles concreto, reflexivo y teórico; y, en tercer lugar, plantea los niveles en los que se logran diversos aprendizajes de acuerdo con el desarrollo cognitivo de los estudiantes: nociones, proposiciones y conceptos. Finalmente, se plantea una propuesta para su organización por grados considerando cuatro aspectos: la conservación de cantidad, la comprensión y construcción de unidades no estándar de medida, la comprensión y construcción de unidades estándar de medida, la construcción de estrategias de cálculo de la longitud, el área y el volumen.

2. Razón de ser del aprendizaje de las matemáticas

El ser humano tiene como proyecto de vida su realización social, afectiva, intelectual y espiritual. Este proyecto se desarrolla inmerso en un mundo con una cultura propia, miembro de una familia particular y en un medio social concreto. Es allí donde cada persona debe encontrar su realización. En la edad escolar, las matemáticas se constituyen en un medio para este fin más que como ciencia que hay que aprender,; por eso, su aprendizaje debe dar al estudiante la posibilidad de superar retos y dificultades, de proponerse alternativas, de analizar y optar. De no ser así, se verá condenado a ser conducido y que otros decidan por él. Pero esa realización no es solamente axiológica, es un desarrollo humano que tiene un fundamento esencial, aunque no único, en el desarrollo lógico, definitivo como herramienta para conocer el mundo, apropiar y cambiar su cultura, abordar una situación nueva con la posibilidad de encontrar regularidades con otras conocidas previamente (generalizar y transferir), desglosarla (analizar), encontrar relaciones implícitas (inferir), organizar una información de acuerdo con unas prioridades (clasificar y seriar), proponer alternativas de acción (transferir y sintetizar), tomar decisiones; y, así, lograr la autonomía intelectual, fundamento de la autonomía moral.

En segundo lugar, el estudio y aprendizaje de las matemáticas, como lenguaje que es, favorece el desarrollo del mismo, pues exige la interpretación y codificación de información, su organización y su uso para obtener conclusiones y proponer otras nuevas, además de encontrar la forma más precisa y generalizada para comunicar los hallazgos. Tanto la interpretación como la comunicación de la información se hacen mediante la expresión gráfica, oral y escrita tanto verbal como simbólica. En esta área, el estudiante tiene la posibilidad de observar, asombrarse, preguntarse, discurrir libre y espontáneamente, explorar el mundo y explicarlo, acceder a la verdad y reconstruir la realidad (Vygotsky, 1934).

En tercer lugar, para desarrollar su pensamiento lógico, el alumno establece una serie de relaciones con sus compañeros pues, tanto él como ellos, se proponen preguntas, buscan respuestas, las discuten, encuentran generalidades y obtienen conclusiones mejoradas entre todos; en ese intercambio, se forma afectiva y socialmente, pues adquiere seguridad frente al grupo y a sí mismo, aprende a compartir mientras argumenta, se hace tolerante ante las diferencias, aprende a escuchar y valorar al otro, expresa sus ideas y lucha por defender su posición; es decir, se forma una imagen positiva de sí mismo y de sus compañeros. Al respecto, Scardamalia (2002) plantea que la construcción del conocimiento y el aprendizaje son responsabilidades compartidas en las que las ideas se elaboran entre todos los participantes en la medida en que los participantes trabajan continuamente en la mejora de la cualidad, de la coherencia y de la utilidad de las mismas; agrega además, que ese mejoramiento de las ideas avanza en un proceso ascendente en la configuración del aprendizaje en el que crece una cultura que privilegia la seguridad psicológica, de manera que los estudiantes sienten que tienen derecho a asumir riesgos, a revelar su ignorancia, a decir lo que piensan del trabajo de los demás y a recibir de los demás una postura frente a lo que ellos producen y hacen. En este ambiente de democracia del conocimiento, donde todos son responsables de lo que producen y aprenden, el aprendizaje de las matemáticas hace un aporte definitivo para la formación de personas autónomas intelectualmente, pero, además, corresponsables del aprendizaje del grupo.

Finalmente, es evidente que no se puede desconocer la utilidad propia que tienen las matemáticas, tanto en el mundo científico como en el desarrollo tecnológico. El Ministerio de Educación Nacional (1987) reconoce su necesidad y así lo expresa:
"Todos en nuestra práctica cotidiana necesitamos a menudo, efectuar cálculos, estimar rápidamente resultados [...]. Es por tanto indispensable insistir en la operatoria y el cálculo mental sin volver a las rutinas tediosas de antaño [...]. Se insiste más bien en la comprensión de los conceptos y de los procesos, en la formulación y la solución de los problemas [...]".

En síntesis, el estudio de las matemáticas a nivel escolar se justifica desde la respuesta a dos preguntas:

- ¿Cuál es la razón de ser de las matemáticas en el Plan de Estudios? Las matemáticas tienen su razón de ser por cuanto favorecen y agilizan ampliamente el desarrollo de los procesos del pensamiento - sin ser este el único aprendizaje que lo propicia - puesto que se organiza en modelos dentro de estructuras similares a las estructuras lógicas que desarrolla el ser humano; en particular, el aprendizaje del Sistema Métrico Decimal, objeto de este artículo, tiene como razón de ser el desarrollo del pensamiento espacial junto con el Sistema Geométrico, en el que la reversibilidad, la composición, la comparación y la rotación son definitivos en la ubicación en el mundo y en la comprensión de todas las relaciones de tamaño y de proporcionalidad.

- ¿Qué es lo específico que identifica el trabajo académico de las matemáticas? El trabajo académico que ocurre en torno a las matemáticas se caracteriza por potenciar, de forma significativa, el proceso de abstracción y el desarrollo del lenguaje simbólico. Establece un continuo de retos cognoscitivos y valorativos mediante situaciones que generan desequilibrio (Pozo, 1993) y permiten construir conocimiento y pensamiento lógico; en este campo del conocimiento, se trabaja con énfasis en la acción- reflexión y no se limita a la realidad concreta sino que la supera. En estas condiciones, las estructuras que consolida el estudiante le permiten trascender las situaciones particulares avanzando de lo concreto y real a lo no figurativo y simbólico, contexto en el que puede hacer abstracciones.

El Sistema Métrico Decimal hace un aporte específico en el campo de la abstracción en ese avance de lo concreto a lo simbólico y lo formal. En los primeros grados, mediante la consolidación de la conservación de cantidades continuas y en el más alto nivel, con desarrollo del pensamiento variacional fundamental para el aprendizaje escolar de la Biología, la Física y la Química como disciplinas.

3. Sistemas del Currículo de Matemáticas

Las matemáticas están estructuradas en seis sistemas para propósitos de la formación escolar: el numérico, el métrico, el geométrico, el de datos, el lógico y el variacional o funcional. Las estructuras de pensamiento son afines a las estructuras matemáticas y su consolidación permite al estudiante abordar el entorno natural y social, así como el conocimiento en sus diferentes manifestaciones, de forma organizada y de acuerdo con los modelos matemáticos. Todos los sistemas matemáticos tienen una estructura de clase, una estructura de relación y una estructura operacional- funcional que proporcionan los contenidos pretexto para el desarrollo del pensamiento.

Cada sistema está conformado por una terna de elementos, relaciones y operaciones, así como las propiedades que tiene cada uno de ellos. Los elementos corresponden a las herramientas de conocimiento de clase, alcanzándose en diferentes niveles de acuerdo con el grado y las herramientas que lo forman: nocional, proposicional o conceptual; las operaciones corresponden a las transformaciones que se realizan con o sobre los objetos para obtener nuevos elementos o elementos transformados y corresponden al componente dinámico, activo y práctico de la estructura. Las relaciones corresponden a las comparaciones sobre los elementos o a la organización que tienen, sean estas relaciones referidas a partes de los elementos o entre elementos y que corresponden al componente enunciativo, pasivo de la estructura.

Por ejemplo, en el Sistema Geométrico, los elementos son las figuras geométricas, las relaciones son de congruencia y semejanza, mientras que las operaciones son homotecias, rotaciones, traslaciones, entre otras.

Gracias a este sistema, los estudiantes de Preescolar aprenden, entre otras, nociones sobre algunas figuras planas. En Primaria, aprenden proposiciones para relacionar estas figuras y pueden decir y justificar, por ejemplo, por qué los triángulos son polígonos. En Secundaria, siguiendo con el ejemplo, pueden aprender el concepto de triángulo en tanto analizan todos sus elementos (diagonales, ángulos, simetrías). Los diferencian de otros polígonos y sustentan estas diferencias y los dividen según la medida de sus lados, la medida de sus ángulos o sus ejes de simetría.

Por otra parte, cada estructura tiene internamente tres niveles de apropiación por parte de quien la aprende: concreto, reflexivo o abstracto. Estos han de ser tenidos en cuenta como prerrequisitos y como determinantes de la didáctica en tanto

se aprenden mediante estrategias y mediaciones diferentes y en edades cognitivas diferentes. La teorización corresponde al nivel abstracto, la praxis corresponde al nivel reflexivo y las acciones y prácticas corresponden al nivel concreto. Más adelante me detendré en cada uno de estos componentes. Para continuar con el ejemplo del Sistema Geométrico, el nivel concreto en Primaria al aprender la noción de ángulo, los estudiantes deben partir de giros de su cuerpo, de una puerta que se abre o cierra, de la rotación de la tierra; en el nivel reflexivo, buscarían regularidades en estas situaciones para compararlas con otras o para proponer otras realidades donde el giro con un punto fijo sucede; o diferenciándolas de otras, como es el caso de un carro en movimiento que cambia de dirección; el nivel abstracto corresponde a la definición de ángulo, a la nominación y simbolización, a la representación y clasificación de ángulos, todo esto en Primaria.

En Secundaria, la teorización correspondería a la demostración de relaciones de ángulos entre paralelas, a las construcciones con elementos de trazo, entre otros aprendizajes; sin embargo, deben recorrer el nivel concreto, por ejemplo, para inferir las relaciones de ángulos entre paralelas y una transversal con base en casos particulares, si fuera el caso, mediante el uso de palitos y pitas o de algún software para modelar la situación y modificarla, con el fin de encontrar regularidades y después, plantear postulados, teoremas y definiciones.

En la medida en que los estudiantes avanzan en su escolaridad, el proceso de aprender transcurre por los tres niveles en forma continua, es decir, no aprenden directamente en el nivel de reflexión o de teorización sino que comienzan en el nivel concreto. Al respecto, es importante decir que el nivel concreto, en los grados superiores y en relación con temas de mayor abstracción, no se refiere a objetos de la realidad concreta, sino a aquellos que por la apropiación que el estudiante ha logrado, son un referente concreto, fácil de evocar y de representar mental o gráficamente y posible de manipular en forma gráfica o a través del computador o mediante signos escritos. En el ejemplo anterior, las nociones de paralela y transversal o de ángulo parten de situaciones concretas en Primaria, y ellas son ya abstracciones, pero en Secundaria, para hablar de paralelas ya no hay que regresar a ejemplos como los lados opuestos de una hoja o los rieles del tren; en cambio, dos líneas paralelas dibujadas en una hoja sobre las que se trazan diversas transversales son situaciones concretas para inferir algo abstracto, como la congruencia entre los ángulos que se forman.

4. Herramientas de conocimiento

En esta sección, me detengo para profundizar un poco en las características de los diferentes instrumentos de conocimiento, de modo que el lector disponga de unos referentes más básicos para profundizar en los diferentes instrumentos de conocimiento de este sistema (Latorre, 2013).

Una herramienta cognitiva está formada por contenidos del pensamiento, sean ellos nociones, proposiciones, conceptos o leyes con los cuales la mente opera para conocer. Los estudiantes pueden alcanzar en cada grado diferentes herramientas de conocimiento, aunque estén en grados superiores porque muchos conocimientos requieren partir de un aprendizaje intuitivo para avanzar hasta un aprendizaje conceptual o formal; otras herramientas cognitivas, aún en grado superiores, quedan en el nivel intuitivo o nocional, como el significado de límite. La diferencia de un grado a otro o de grupos de grados es que los estudiantes no pueden alcanzar un nivel más alto del que su nivel de pensamiento ha logrado. Así, en Preescolar, en general un niño no puede lograr conceptos, ni proposiciones, ni leyes.

4.1 Intuiciones

Las intuiciones son los aprendizajes más elementales que se adquieren al aproximarse a un nuevo conocimiento y corresponden a la relación de un objeto como ejemplar, con una imagen como representación fiel a la realidad en la mente y la palabra como nominación. En este nivel, se adquiere vocabulario y se aprende a diferenciar los elementos de la realidad unos de otros; sin embargo, es un nivel en el que no es posible explicar por qué una cosa no es otra. Es un conocimiento referido a cada singular o grupos de singulares pero sin generalizar, qué hace que algo sea eso y no otro. Por ejemplo, en el sistema métrico, los niños de Preescolar pueden decir qué es más largo o más corto, así como qué es más alto o más bajo, pero no pueden explicar por qué en dos situaciones referidas a longitud usa unas veces la palabra alto y otras, largo. O puede nombrar bien un rombo pero no sabe por qué es rombo y no trapecio.

4.2 Nociones

Las nociones son herramientas cognitivas cuyos pensamientos son una generalización de las características de la clase, de la acción o de la relación; son los términos sobre los que posteriormente se predicará al elaborar juicios. Estas, cuando son nociones de clase, expresan la inclusión de un objeto en una clase en tanto que tiene sus características,

sus notas esenciales, mediante enunciados que relacionan los objetos o ejemplares con la palabra correspondiente al término. Por ejemplo, en el Sistema Métrico, la longitud es una noción clasal y allí cabe todo aquello que tiene la característica de tener extensión en una sola dimensión. En este nivel, el estudiante debe explicar por qué una entidad tiene longitud. También es una noción de clase cada unidad de medida y en general, unidad de medida.

Las nociones de relación expresan la forma como se vinculan los objetos implicados en la misma; por ejemplo, ser largo- corto, ancho- angosto, grande- pequeño, son nociones relacionales del Sistema Métrico Decimal. En este nivel, por ejemplo, el estudiante debe poder decir por qué enuncia un comparativo u otro al usar largo- corto y no alto- bajo. También es una noción relacional en este sistema la equivalencia; por ejemplo, al relacionar el metro como su equivalente de 100 centímetros o cualquier medida expresada con diferentes unidades.

Las nociones de operación expresan la transformación que sucede entre los objetos que intervienen y el resultado de dicha transformación. Por ejemplo, en el Sistema Métrico, una noción operacional es medir y el estudiante debe poder decir en qué consiste medir como comparación con una unidad mediante iteración.

Es evidente que algunos de estos aprendizajes no se aprenden en Preescolar, aunque a esta edad puedan elaborar otras nociones; por ejemplo, qué es un triángulo, qué es rotar o qué es congruencia en el Sistema Geométrico.

4.3 Proposiciones

Las proposiciones son herramientas cognitivas cuyos pensamientos son juicios que relacionan dos nociones. En el Sistema Métrico no se aprenden proposiciones a nivel escolar; pero sí en otros sistemas que ejemplifico para claridad del lector. En el Sistema Geométrico aprenden que todo triángulo es polígono, que ningún rombo es trapecio, que algunos sólidos son poliedros, pero además, pueden sustentar estos juicios recurriendo a las características esenciales de las nociones implicadas.

4.4 Conceptos

El concepto es la herramienta cognitiva conformada por un nodo de proposiciones con base en todos los predicados del concepto en estudio. Las proposiciones relacionadas con un concepto se agrupan de acuerdo con cuatro operaciones lógicas que ejemplificaré con el Sistema Geométrico, porque tampoco se aprenden conceptos a nivel escolar dentro del Sistema Métrico: supraordinar que establece la relación de inclusión en el género próximo (por ejemplo, el triángulo es un polígono); excluir que establece las diferencias entre las especies de la misma extensión (por ejemplo, ningún triángulo es cuadrilátero); caracterizar qué determina la diferencia específica y que, junto con la supraordinada, forman la definición del concepto (el triángulo es un polígono que tiene tres lados); e infraordinar que determina, con base en un criterio de división, las especies de las cuales el concepto es su género próximo (por ejemplo, el concepto triángulo se divide, según la medida de sus lados, en triángulo equilátero, triángulo isósceles y triángulo escaleno).

Por ejemplo, el aprendizaje del Sistema Métrico, en un nivel más avanzado al escolar, podría requerir conceptos como magnitud y decir que es una característica susceptible de cuantificar y de comparar con una unidad de medida, además, que es diferente de otras características no cuantificables (la belleza o la bondad), así mismo, podrían dividirse en diferentes clases según el tipo de característica que miden en magnitudes físicas, químicas o geométricas.

5. Estructura del Sistema Métrico Decimal

En esta sección, me detendré en el Sistema Métrico Decimal para profundizar en cada una de sus estructuras.

5.1 Estructura de Clase del Sistema Métrico Decimal

Cuando los estudiantes han alcanzado un pensamiento que dispone de una estructura de clase, pueden abordar la realidad en forma clasificada y adquirir cada nueva noción en relación con nociones afines e incluirlas dentro de otra de mayor extensión o hacer el proceso inverso; en este sentido, pueden integrar varias clases para incluirlas en una nueva clase. Una clase está conformada por todos los objetos que conforman un conjunto porque cumple con unas condiciones y sólo con ellas. En la clase, ni faltan elementos que tengan dichas características, ni sobran elementos.

Una estructura de clase tiene como propiedades ser reflexiva, transitiva y simétrica; ello significa que un estudiante puede establecer relaciones de congruencia y equivalencia entre los elementos de la clase; puede asociar procedimientos o descomponerlos para encontrar formas más directas de llegar a una misma meta, y puede establecer conexiones en dos direcciones entre elementos para explicar las relaciones entre unos y otros.

En el Sistema Métrico Decimal, los objetos métricos de conocimiento son las magnitudes, las medidas y las unidades de medida. En particular, en el marco del sistema métrico son esenciales las nociones de perímetro, distancia, área y volumen. El objetivo de esta estructura, a nivel escolar, no alcanza el nivel conceptual, como se verá más adelante, pero sí los niveles nocional y proposicional mediante los cuales es posible definir los objetos del sistema (magnitud lineal, superficial y volumétrica, medida, unidad de medida) y establecer clasificaciones dentro de ellos.

5.2 Estructura de Orden del Sistema Métrico Decimal

Un estudiante ha alcanzado un pensamiento que dispone de una estructura de orden cuando puede abordar la realidad en forma ordenada, es decir, encontrando en ella organizaciones de objetos en los que hay unos anteriores y otros posteriores conservando una secuencia que responde a un patrón cíclico, o formando una serie cuando hay una variación regular o con ordenamientos lineales o en red. Una estructura de orden tiene como propiedades la reflexividad, la transitividad y la antisimetría; ello significa que un estudiante puede establecer relaciones dentro de un conjunto encontrando en él múltiples secuencias y relacionar un elemento con él mismo; puede hacer cadenas de relaciones e inferir otras a partir de ellas, y puede establecer conexiones en dos direcciones asociando la relación y su inversa como una sola. La estructura de orden aporta a la reversibilidad en la estructura operatoria haciéndola más dinámica y menos relativa y dependiente de la percepción y la cuantificación. Las relaciones se establecen entre los elementos de los conjuntos y se determinan mediante la caracterización comparativa de estos. Por lo tanto, es el elemento pasivo-teórico y se logra en el pensamiento formal.

En particular, en el Sistema Métrico Decimal se establecen relaciones de tamaño y sobre ellas se hacen análisis de variaciones relativas entre las dimensiones y variables de objetos matemáticos. Este análisis consolida la reversibilidad en la Educación Primaria y los primeros grados de Secundaria cuando se instaura el pensamiento operatorio. Las relaciones métricas se refieren principalmente a las relaciones de orden, equivalencia, proporción y a variaciones relativas. Los objetivos que se logran en el marco de esta estructura son la conservación de cantidades continuas, la apropiación de relaciones reversibles, la composición y descomposición de medidas y magnitudes para encontrar equivalencias y la formalización de leyes que determinen las variaciones relativas entre dos magnitudes.

Esta estructura se inicia desde Preescolar con el estudio de la comparación cualitativa del tamaño de los objetos considerando una sola dimensión (largo- corto en recorridos rectos o curvos, alto- bajo, ancho- angosto), dos dimensiones (grande- pequeño en superficies) y tres dimensiones (grande pequeño en sólidos). Además, mediante comparaciones directas o mediante el uso de un elemento de comparación sin que lo comparado se pueda superponer o unir, como inicio de las intuiciones de medida y de magnitud. Posteriormente, se avanza en la construcción de las nociones de unidades de medida y de medición, así como de la relación esencial en este sistema: la equivalencia. En particular, la noción de medidas equivalentes está asociada a las primeras aproximaciones cuando miden con unidades no estandarizadas. Su uso pretende que los niños concluyan que se requiere una unidad común para poder comparar la medida de diferentes objetos sin ponerlos uno al lado del otro, sino teniendo un único patrón que permita asegurar cuál de dos medidas es mayor o menor.

En grados superiores, esta noción de relación de equivalencia se extiende a magnitudes compuestas en otros sistemas de medición e incluyendo otras magnitudes, como es el caso de la densidad o la velocidad y las demás magnitudes de la Física y la Química; así mismo, esta estructura profundiza en el pensamiento formal mediante el análisis de la incidencia de la variación de una dimensión sobre las otras; así, por ejemplo, la variación del radio en relación con la circunferencia o la variación del lado de un cuadrado en una relación lineal con el perímetro. Así mismo, se establecen relaciones de segundo grado entre el radio y el área del círculo; y de tercer grado entre el radio y el volumen de la esfera; este manejo variacional es un aporte fundamental en el análisis posterior de fenómenos físicos o trigonométricos así como directamente en la comprensión de los factores de conversión y la equivalencia entre unidades lineales, superficiales o métricas.

5.3 Estructura Operacional del Sistema Métrico Decimal

Esta segunda estructura matemática está constituida por operaciones definidas en diversos conjuntos, dentro de los que cumplen ciertas propiedades; las estructuras que se aprenderían en el nivel escolar son de anillo, de grupo, de grupo abeliano y de campo; sin embargo, no se pretende el aprendizaje sobre estas estructuras sino sobre sus propiedades. Dichas propiedades son importantes, no sólo como conocimiento matemático sino como organización que le da mayor potencia al pensamiento operatorio, lo hace más dinámico y flexible. Así mismo, la generalización de las propiedades para integrarlas como una misma característica

aplicada a diversas operaciones es un avance que va dando la posibilidad de un nivel teórico, aunque este sea elemental a nivel escolar. La simbolización de tales propiedades va abriendo la posibilidad de introducir el uso de la letra como objeto. En este aspecto, el uso de las unidades de medida es esencial porque es la primera aproximación, desde grados iniciales, al manejo de la variable en el nivel más elemental: como letra que representa una unidad de medida (Küchemann, 1981).

En una estructura matemática, las operaciones son las transformaciones que se realizan sobre los elementos de las clases y producen nuevos elementos o elementos transformados que pueden ser de la misma clase o de otra; por lo tanto, demandan una actividad motriz y, después, una actividad intelectual que cumple unas propiedades para cada transformación. La estructura operatoria es el componente activo y se logra inicialmente en el nivel concreto con un avance progresivo en la conservación de cantidad y la reversibilidad; posteriormente, con el aprendizaje del análisis real, el pensamiento matemático, alcanza las primeras formas de pensamiento formal en su nivel escolar más alto.

En el Sistema Métrico Decimal, la operación por excelencia es la transformación para expresar una medida en otra equivalente usando diferentes unidades. El fundamento de dicha transformación es la conservación de cantidad por compensación e inversión o por reversibilidad (Lovell, 1984).

La consolidación de la estructura operatoria en este sistema está estrechamente vinculada con la del Sistema Numérico en el marco de los números racionales y reales en sus diversas representaciones. En particular, es una estructura en la que la compensación, expresada como " más cantidad de unidades de medida en el mismo espacio entre menor tamaño tenga la unidad", implica una gran complejidad aún para los alumnos de 6º; por ende, si bien pueden operar su transformación aún en grados inferiores (recurriendo a la pregunta mecánica de: "¿multiplico o divido?"), su comprensión demanda mayor desarrollo en el pensamiento operatorio y además, exige un trabajo a nivel concreto importante en todas las magnitudes. El nivel más complejo de esta estructura se logra al responder por la forma como se determinan mutuamente las variaciones de las dimensiones de un objeto o de una magnitud de un fenómeno. Y aunque parezca lejano, la consolidación de esta estructura operacional de la medición está intrínsecamente vinculada con el análisis posterior del comportamiento de una función en aspectos como crecimiento o decrecimiento de funciones considerando aspectos como: rapidez, comportamiento asintótico, topes de variación y valores no correlacionados.

Además de estas tres estructuras, el Sistema Métrico Decimal se ocupa especialmente de la espacialidad y la conservación de cantidad (Lovell, 1984).

5.4 Conservación de cantidad

La conservación de cantidad es relativa tanto a las cantidades continuas como a las discretas. La conservación hace referencia a la invarianza que tienen las cantidades cuando solamente se cambia su organización espacial. Los niños en Preescolar adquieren la conservación de cantidades discretas, lo cual significa la estructuración de la noción de número asociada al conteo, la correspondencia, la cardinalidad y la ordinalidad; posteriormente, a lo largo de la Educación Primaria, adquieren sucesivamente la conservación de cantidades continuas de longitud, área y volumen, en su orden, que demanda de ellos no solo la actividad física sino un ajuste entre lo percibido y lo pensado como correcto (Dickson, 1991). En consecuencia, a esta estructura aportan fundamentalmente las nociones sobre longitud, área y volumen en las que el componente práxico demanda la toma de conciencia de regularidades a pesar del cambio de organización. Así mismo, dentro del eje de conteo, la reversibilidad se manifiesta en la consolidación de las estructuras aditiva y multiplicativa, puestas en evidencia en la solución de ecuaciones. La conservación y la reversibilidad se consolidan mediante la solución comprensiva de ecuaciones, el aprendizaje de las funciones inversas, en particular aquellas de mayor nivel de complejidad como la función exponencial, logarítmica, trigonométricas y con la interpretación gráfica de la función derivada y la antiderivada. La conservación se consolida con el estudio de la proporcionalidad, el análisis del crecimiento de funciones como las trigonométricas. La conservación de cantidades discretas es un logro que se debe verificar en tercer grado al completar la extensión del sistema de numeración decimal mediante las operaciones de agrupación y reagrupación y sus inversas, así como mediante la relación de equivalencia entre grupos. La conservación de cantidades continuas es un logro que se debe verificar en sexto grado en relación con el volumen, el área y la longitud; la capacidad, la masa y el peso son magnitudes que se abordan especialmente en el área de Ciencias Naturales. A partir de sexto grado, se avanza en la reversibilidad y la conservación combinando dos o más magnitudes mediante la proporcionalidad o en relaciones más abstractas.

5.5 Espacialidad:

La espacialidad es una estructura que permite abordar el mundo organizadamente en cuanto su extensión, su

continuidad, su proximidad y su duración en tanto entorno estático o en movimiento. Ese movimiento se refiere a la persona en sí misma, al movimiento interno de cada objeto del entorno y al movimiento de este en relación con sistemas de referencia externos. La estructura espacial permite entonces, organizar el mundo en relación con regularidades en sus formas, tamaños, ubicación, movimientos y duración, mediante la comparación de sus dimensiones, tanto cualitativa como cuantitativamente (Vasco, 1994).

Estas estructuras, así como la conservación y la reversibilidad, se logran mediante unos contenidos esenciales a las matemáticas pero, a su vez, son pretextos para el desarrollo del pensamiento matemático. Por eso, en tanto pretextos, pueden ser modificados en su secuencia, énfasis y cantidad de acuerdo con las posibilidades de los estudiantes y del tiempo disponible; así mismo, se pueden adecuar según el contexto en el que crecen los alumnos y en el que se moverán como egresados.

6. Contenidos del Sistema Métrico Decimal

Los contenidos de cada sistema pueden ser catalogados bajo tres grupos: instrumentos de conocimiento y operaciones (De Zubiría, 1995), habilidades y actitudes; evidentemente que esta es una separación metodológica, pero que en la práctica se aprenden dentro de una totalidad y, en particular, a través del abordaje y solución de problemas.

6.1 Contenidos cognitivos – instrumentos - en el Sistema Métrico Decimal

Este ámbito de las matemáticas comprende las clases, las operaciones y las relaciones relativas al Sistema Métrico Decimal. Las nociones son tres principales: medida, unidad de medida y magnitudes relativas a longitud (distancia y perímetro), área y volumen. Estos contenidos permiten estructurar una totalidad en lo lineal, lo superficial y lo volumétrico para abordar el estudio de los objetos geométricos en sí mismos y en las relaciones métricas de sus componentes. Además, las operaciones son la transformación de medidas, la composición y descomposición de medidas, la medición propiamente dicha, todas ellas fundamentadas en la conservación de cantidad y la reversibilidad. Y las relaciones son la equivalencia de medidas y el orden entre medidas.

6.2 Habilidades relacionadas con el Sistema Métrico Decimal

Una habilidad es la capacidad de resolver una tarea rutinaria, en forma experta, rápida, correcta y precisa. Las habilidades soportan la aprehensión de los contenidos cognitivos en cuanto brindan herramientas para que su elaboración sea más ágil, precisa y estructurada. Además, aportan la reflexividad y la metacognición sobre los procesos como condición para que el aprendizaje sea propiedad del estudiante. Las principales son:

- Codificación y decodificación de textos verbales, gráficos, simbólicos, esquemáticos y tabulares referidos a relaciones, clases y operaciones del sistema.
- Modelación de formas y objetos que representen relaciones de tamaño.
- Estimación de medidas en el conjunto de los diferentes conjuntos numéricos.
- Evaluación de la coherencia de las respuestas encontradas en situaciones métricas con apoyo en la estimación, la predicción, la confrontación de información y el análisis simultaneo de variaciones.
- Uso de elementos de trazo y medida, así como la construcción de escalas de medición para diversas magnitudes y de instrumentos adecuados para medición.

6.3 Contenidos Actitudinales necesarios en la apropiación del Sistema Métrico Decimal

Los contenidos actitudinales desarrollan la capacidad de trabajar en equipo apoyando el aprendizaje de los demás y el propio; además, favorecen la calidad en los aprendizajes, la capacidad de buscar soluciones y por lo tanto, de tener un aprendizaje productivo, no solo reproductivo. En particular, este sistema requiere y a su vez, ayuda a consolidar actitudes como:

- Reflexión para la comparación y diferenciación sobre las acciones y objetos matemáticos.
- Búsqueda de alternativas en la interpretación y solución de situaciones problema.

- Toma de conciencia de las ventajas y desventajas que tienen para cada uno las diferentes estrategias en la solución de situaciones problema.

- Desarrollo del espíritu crítico y creativo mediante la reflexión sobre las acciones, los procesos, los resultados y las interpretaciones de situaciones matemáticas.

- Persistencia en la búsqueda de estrategias de solución de situaciones métricas.

7. Propuesta estructural para el aprendizaje del sistema métrico

La estructura de cada ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no puede separarse de los demás, pero para propósito de este artículo, me centro en el sistema métrico, aunque en otra oportunidad podremos abordar los otros ejes bajo la misma idea, pero bajo las interconexiones entre ámbitos. La idea, en términos muy generales, es recorrer cuatro fases en forma ascendente en complejidad y profundidad. Este avance no se da en un solo año ni en un solo momento y responde a la estructura de sistemas concreto, práxico y teórico que ya describí; esta propuesta se basa en la propuesta que hiciera Vasco en los "Lineamientos Curriculares de Matemáticas", del Ministerio de Educación Nacional (1987) pero que se mantiene en los actuales (1998) y en los Estándares Básicos para Matemáticas del MEN para Colombia (1998).

Grado	Experiencia conservación cantidad.	Construcción-comprensión unidades no estándar.	Construcción-comprensión unidades estándar.	Transformación y cálculos.
Kinder	Comparación de tamaños en una dimensión. Intuición de conservación de longitud.			
Transición	Comparación de tamaños: dos dimensiones. Intuición de conservación de longitud.			
1º grado	Longitud y área: encerrar áreas grandes y pequeñas con perímetros iguales. Conservación completa de longitud Intuición de conservación de área, líquidos y masas. Comparación de amplitud de ángulos.	Intuición de perímetro. Intuición de medición. Comparación cualitativa de longitudes por recubrimiento de la longitud con unidades no estándar, tomando partes del cuerpo y elementos del salón. Conciencia de los inconvenientes de esta forma de medición.		

2º grado	Comparación cualitativa de áreas. Intuición de conservación de área, líquido y masa.	Longitud: Construcción de escalas con unidades no estándar y medición con ellas. Perímetro por cubrimiento. Áreas por recubrimiento y con grillas. Conciencia de los inconvenientes de esta forma de medición. Comparación, cualitativa y con un patrón, de áreas y longitudes.	Longitud: Kilómetro, metro, decímetro y centímetro. Perímetro por medición. Recubrimiento con cm^2, dm^2.	Equivalencia gráfica de unidades de longitud.
3º grado	Comparación cualitativa del volumen de cubos, sólidos, masas, líquidos. Conservación completa de área. Intuición de conservación de volumen, líquido y masa.	Construcción de unidades no estándar de área. Conciencia de los inconvenientes de esta forma de medición.	Longitud: cm, m, dm, km. Medición de perímetro con estas unidades. Recubrimiento de áreas con cm^2, dm^2 para inferir el uso del producto.	Generalización de perímetro por suma y por medición. Equivalencia gráfica de unidades de longitud. Área del rectángulo por producto.
4º grado	Conservación completa de volumen, líquido y masa.	Medición de volumen por comparación con unidades no estándar: granos, cubos por conteo. Conciencia de los inconvenientes de esta forma de medición.	Área: comprensión de cm x cm = cm^2 y de igual forma para dm^2 y m^2 Volumen: comprensión de cm x cm x cm = cm^3 y de igual forma para dm^3 y m^3	Equivalencia de medidas por producto o cociente. Fórmulas para perímetro, área y volumen por producto en el rectángulo y el prisma.
5º grado	A partir de 5º, ya deben haber consolidado la conservación de cantidad y se puede aplicar a otras nociones como la relación parte todo en fracciones y decimales. Ya no es esencial la comparación cualitativa, lo cual no sobra.	A partir de 5º, ya han construido un sistema de medición y con las nuevas unidades que se aprenden en ciencias y matemáticas se puede hacer un abordaje sin pasar por unidades no estándar. Se consolida la comprensión del significado de unidades de área y volumen con la adquisición de la noción de potencia.		Especialmente al abordar medidas equivalentes, es importante evaluar la coherencia de una respuesta mediante un análisis cualitativo con base en el resultado cuantitativo.
6º a 11º	En el sistema métrico se sigue aplicando cuando tengan comprensión completa de las fracciones y de la amplificación para usar los factores de conversión como una fracción unitaria. El aprendizaje de transformaciones y fórmulas en estos grado corresponde a las nociones de perímetro, área y volumen y sus aplicaciones que pueden variar en su implementación de una institución a otra: Noción de perímetro, área y volumen • Perímetro, área y volumen de cuadriláteros, triángulos y paralelepípedos. • Perímetro y área de polígonos. • Volumen de poliedros. • Factores de conversión para hacer transformaciones y hallar equivalencias de medidas. • Área y perímetro de círculo y circunferencia. • Regiones compuestas y sombreadas. • Volumen de sólidos generados. Se recomienda que sea en 8º al introducir los números irracionales como π. • Área de regiones compuestas y sombreadas. Variabilidad. Se recomienda en 8º y 9º como contexto para el álgebra y las funciones polinomiales.			

En el proceso de enseñanza y aprendizaje del Sistema de Medición caben muchas consideraciones didácticas que dan para un largo debate, pero quiero plantear algunos aspectos muy puntuales para tener en cuenta en cualquier implementación al hacer transposiciones didácticas:

- En las representaciones de ejemplares y ejemplos es necesario recurrir a formas regulares e irregulares, rotadas, en diferentes contextos, códigos y pretextos. Es importante usar bordes y superficies rectas y planas o curvas en todos los procesos de medición, de modo que el pensamiento nocional se consolide en Preescolar, se pueda avanzar al pensamiento proposicional en Primaria y estructurar en conceptos en Secundaria.

- Es definitivo generar la necesidad de la existencia de una unidad de medida diferente para cada magnitud. Así, indagar por qué se requiere de unidades planas para medir superficies y de tres dimensiones para volúmenes; por qué se configura una unidad de área mediante el producto de dos lineales y una de volumen mediante el producto de tres unidades lineales.

- Es definitivo comparar variaciones en la forma conservando la medida, variaciones en el área conservando el perímetro, variaciones en perímetro conservando el área, llevar a condiciones extremas de máximo perímetro con área fija o de máxima área con perímetro fijo; de igual forma, proceder con la medición y estimación del volumen. Así mismo, es esencial hacer comparaciones cambiando la frontera y conservando la totalidad, cambiando el interior pero conservando la frontera y la totalidad. Adicionalmente, se deben hacer comparaciones conservando la cantidad y variando la unidad, comparar el mismo objeto con diferentes unidades o diferentes objetos con la misma unidad o diferentes objetos con diferentes unidades. Mediante estas tres estrategias se avanza en el análisis variacional y por ende, en la configuración del pensamiento formal.

- En todo momento, debe prevalecer la verbalización de los niños y jóvenes, atender sus explicaciones para comprender las elaboraciones que hacen; de esta forma, el lenguaje se constituye en un vehículo real del aprendizaje. Las operaciones lógicas y los instrumentos de conocimiento, junto con el desarrollo de habilidades codificadoras y decodificadoras, aseguran la formación de estructuras cognitivas de diferente nivel de gradualidad, de lo nocional y proposicional, a lo conceptual y formal.

Bibliografía

1. Camargo U., Leonor (2005), *"Una herramienta de análisis para fundamentar propuestas didácticas en Geometría Escolar"*, Memorias XXI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística - Tomo VI, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional.
2. De La Torre, Andrés (2003), *"El método socrático y el modelo de van Hiele",* en Lecturas Matemáticas, vol 24, pp. 99–121. Medellín, Universidad de Antioquia.
3. De Zubiría, Miguel (1995), *Pensamiento y aprendizaje: los instrumentos del conocimiento*, Bogotá, Fondo de Publicaciones Bernardo Herrera Merino.
4. Dickson, Linda y otros (1991), El aprendizaje de las matemáticas, Barcelona, Ministerio de Educación y Ciencia.
5. Flores, Rosa del Carmen (2005), *"El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas"*, en: Educación Matemática, agosto 2005, vol 17, N° 002. México.
6. Kemmis, S (1993), *El curriculum: más allá de la teoría de la reproducción*, Madrid, Morata.
7. Kücheman, D. (1981). *"Algebra"*. In K. M. Hart. (Ed.) Children's understanding of mathematics. London: John Murray
8. Latorre, Helena (2013), *Desarrollo Cognitivo en el marco de la Pedagogía Conceptual,* spf, spi, en edición, Bogotá, Gimnasio La Montaña.
9. Lovell, K. (1984), *Desarrollo de los Conceptos Básicos Matemáticos y Científicos en los Niños,* Madrid, Morata.
10. Ministerio de Educación Nacional (1987), *Marcos Generales de los Programas Curriculares: Matemáticas*. Bogotá.
11. Ministerio de Educación Nacional (1998), *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.

12. Ministerio de Educación Nacional (2006), *Estándares Básicos de Matemáticas.* http://menweb.mineducacion.gov.co/estandares/matematicas.pdf.

13. OCDE. *Programa PISA (2006), ¿Qué es y para qué sirve?* Acceso enero 15 del 2011. http://homepage.mac.com/quantitativo/Maestria2008/PISAGeneralEspaniol.pdf.

14. OREALC/UNESCO (2009), *Aportes para la enseñanza de las matemáticas.* Santiago de Chile, LLECE.

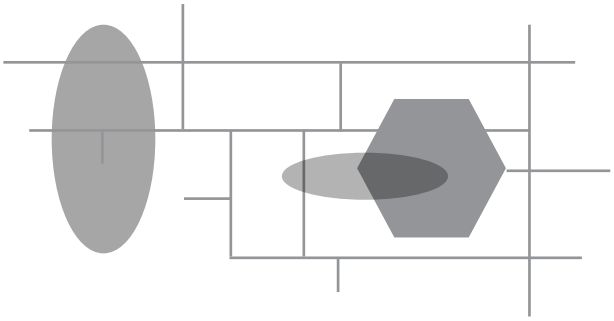
15. Pozo, José Ignacio (1993), *Teorías cognitivas del aprendizaje*, Madrid, Morata.

16. Scardamalia, M. (2002), *"Collective Cognitive Responsibility for the Advancement of Knowledge"*, in B. Smith (Ed.), Liberal Education in a Knowledge Society, pp. 67-98, Chicago, Open Court.

17. Vasco, Carlos (1994), *Un nuevo enfoque de la didáctica de las matemáticas*, Ministerio de Educación Nacional, volumen II, Colombia.

18. Vigotski, Lev S. (1934), *Pensamiento y Lenguaje: teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, Traducción de María Margarita Roture, Buenos Aires, Pleyade.

Fiabilidad estadística: Estado del arte y nuevo retos



Salvador Naya Fernández

Área de Estadística e Investigación Operativa. Departamento de Matemáticas.
Universidad de A Coruña. España.
salvador.naya@udc.es

Resumen

En los últimos años se produjo una revolución en el uso de métodos estadísticos para mejorar la calidad de productos y servicios. Una extensión natural de lo que pasó en este mundo de la calidad se manifiesta también en un cambio de enfoque en la mejora de la fiabilidad. En una forma práctica, la fiabilidad se define como "calidad a través del tiempo". Hoy en día los ingenieros están convencidos de que una buena fiabilidad es una característica indispensable para tener la oportunidad de competir. En este trabajo se hace un acercamiento a los conceptos de la fiabilidad desde una visión estadística.

Palabras clave

Función de fiabilidad, datos censurados, ARM.

Abstract

Last years there has generated a revolution in the use of statistical methods for product and service quality. A natural extension of the revolution in product/service quality is to turn focus to product reliability, which is defined as "quality over time". Engineers now consider good quality an essential characteristic to compete in today. In this paper we give a brief introduction to reliability, we describe some of the statistical tools used in reliability.

Key words

Reliability Function, censored data, ARM.

Introducción

En los últimos años se produjo una revolución en el uso de métodos estadísticos para mejorar la calidad de productos y servicios, apareciendo nuevas filosofías como la metodología Seis Sigma o el Cuadro de Mando Integral. Pero es, sin duda, el interés por la mejora de la *calidad en el tiempo*, uno de los eslabones en los que más se está innovando. Una buena fiabilidad es una característica indispensable para tener la oportunidad de competir, siendo esta necesidad mayor en algunos casos -como en el de la aeronáutica- en los que es necesario un alto grado de eficacia y donde algunos fallos pueden resultar catastróficos.

Una buena definición probabilística de la fiabilidad la presenta el magnífico libro de Meeker y Escobar (1998), que define fiabilidad (también denominada confiabilidad) como la probabilidad de que una unidad realice su función hasta un tiempo especificado bajo las condiciones de uso encontradas.

Otra perspectiva, orientada hacia el cliente o usuario del producto final, es la proporcionada por Condra (2001), que afirma que "un producto fiable es aquel que hace lo que el usuario quiere que haga cuando el usuario quiere que lo haga". De acuerdo con esta definición, la fiabilidad sería calidad a través del tiempo.

Dependiendo del enfoque dado a la fiabilidad, puede también encontrarse su vinculación con el concepto de "misión", esta idea aparece vinculada a los inicios de estos estudios, en el contexto de equipos diseñados para su uso militar, aunque hoy en día sigue siendo utilizada también en diferentes campos. En este caso, se transforma el concepto de fiabilidad asociándola a que el equipo funcione correctamente durante el tiempo de misión.

Históricamente, parte de la metodología sobre estimación de la vida útil de los productos fue inicialmente desarrollada para materiales militares. Uno de los primeros ejemplos constatados de análisis de tiempos de vida fue el empleado para estimar el número de repuestos necesarios para mantener equipos electrónicos y mecánicos funcionando en forma intensiva por períodos largos de tiempo durante la guerra de Corea. Los responsables de armamento verificaron que uno de los problemas de fallos estaba relacionado con las condiciones ambientales extremas,

En algunos sectores de la industria, como el farmacéutico o el alimentario, se usa un término más específico, estabilidad, para referirse a los casos en que la fiabilidad depende de la conservación de una determinada composición química. En las ciencias de la salud, en las que se tratan cuestiones bastante parecidas a las de la fiabilidad, se usa la expresión análisis de la supervivencia, siendo en este campo en el que se ha investigado con más ahínco en la implementación de nuevos métodos estadísticos. Estos estudios de Supervivencia, centrados en estimar la vida de los enfermos, se pueden y deben aprovechar para la estimación de tiempos de vida de productos industriales.

Aunque los estudios de fiabilidad son de gran utilidad en todas las ramas de la industria por su amplia aplicación, han surgido técnicas y normativas específicas para el estudio de la fiabilidad de componentes electrónicas y para la fiabilidad de los programas informáticos, rama esta última que se engloba en la denominada fiabilidad del software. Así, Lawless (2000) dice "la fiabilidad se refiere al funcionamiento adecuado de equipos y sistemas, lo cual incluye factores como software, hardware, humanos y ambientales".

Al igual que ocurre en el caso de la calidad, también existen normativas específicas que regulan la fiabilidad, entre ellas cabe destacar la norma MIL-HDBK-217F o la MIL-STD-785 que indica los requisitos que deben cumplir los sistemas de fiabilidad.

Tampoco debe olvidarse que existe una nueva aplicación de estas técnicas de fiabilidad, que ha ido de la mano de dar apoyo a la sociedad consumista, proporcionando herramientas, no sólo para la mejora de los productos, sino también para que estos tengan una determinada vida limitada en el tiempo. Es lo que algunos autores han denominado *"obsolescencia programada"* (véase en Internet, por ejemplo, el interesante documental: "Comprar, tirar, comprar: la historia secreta de la obsolescencia programada"). En todo caso, esta sería una aplicación poco recomendable, y sigue siendo la mejora de la fiabilidad de productos que precisan de una altísima calidad, como los empleados en la industria aeronáutica, médica, naval, etc, los que mayores esfuerzos y éxitos proporcionan.

Este artículo se configura como sigue. En la segunda sección se presentan conceptos básicos sobre fiabilidad, una tercera sección analizará los datos y modelos de esta ciencia, en la sección cuarta se presenta las ideas básicas de la fiabilidad de sistemas para terminar con una reflexión sobre los nuevos retos sobre esta emergente rama de la Estadística.

Conceptos básicos de fiabilidad

El concepto central de la teoría de la fiabilidad es el estudio de la distribución del tiempo hasta la que tiene lugar un suceso puntual que, genéricamente, se llamará *fallo* (en algún caso también se utiliza la expresión de *falla*). El tiempo hasta que este se presente se denomina *tiempo de fallo*.

Como las distintas unidades de un producto no fallan todas al mismo tiempo, llamando T al instante en el que falla una unidad, podemos considerar T como una variable aleatoria, y estudiar su distribución de probabilidad, con el que llegamos a la definición matemática de la fiabilidad como la probabilidad de que una unidad, escogida al azar, no haya fallado en un tiempo t. Así definida, *la función de fiabilidad o supervivencia* es una función decreciente de t, que se denota comúnmente por R (en alusión al término inglés Reliability). Además, si f y F son las funciones de densidad y de distribución de probabilidad de la variable aleatoria T, existe la siguiente relación:

$$\theta \quad \Big| \quad 0 \quad \Big| \quad \pi/2 \quad \Big| \quad \pi \quad \Big| \quad 3\pi/2$$

Es decir, desde un punto de vista estadístico, la función de fiabilidad en un tiempo t representa la probabilidad de que un individuo (léase producto o sistema) experimente un fallo con posterioridad al tiempo t. También es habitual en este campo el uso de la *función de riesgo o tasa de fallo*:

$$\frac{P(t \leq T < t+\Delta t / T \geq t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d \log R(t)}{dt}$$ ¿

La tasa o razón de fallo de un componente o sistema permite estimar la proporción de unidades que fallan en un intervalo de tiempo $(t,t+\Delta t)$, con respecto a las que siguen funcionando en un instante de tempo t. Desde esta perspectiva, podría decirse que Δt es la aproximación de la probabilidad de que un individuo que no falló antes de un tiempo t lo haga en el siguiente período de tiempo Δt.

Si por ejemplo, consideramos una variable de tipo exponencial (que sería una de las formas más simples de modelar la vida de un material) con densidad $f(t)= \lambda exp(-\lambda t)$, la función de fiabilidad resultaría R(t)=P(T t)= $exp(-\lambda t)$ y su tasa de fallo sería:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda$$

En este caso, la razón de fallo es constante y se dirá que esta variable carece de memoria, en el sentido de lo ocurrido hasta el instante de tiempo t no influye en lo que ocurra después. Puede definirse también el riesgo acumulado integrando esta función de fallo.

La representación da la tasa de fallo frente al tempo da lugar, en muchos casos, a una curva conocida como curva de la bañera. En esta curva aparecen una serie de fallos al principio del proceso conocidos como mortalidad infantil, que suelen ser debidos a los desajustes propios de productos con poco uso, luego aparecen fallos que se distribuyen de forma aleatoria en el tiempo, rama constante de la curva, terminando con un incremento de fallos debido al desgaste o envejecimiento propio.

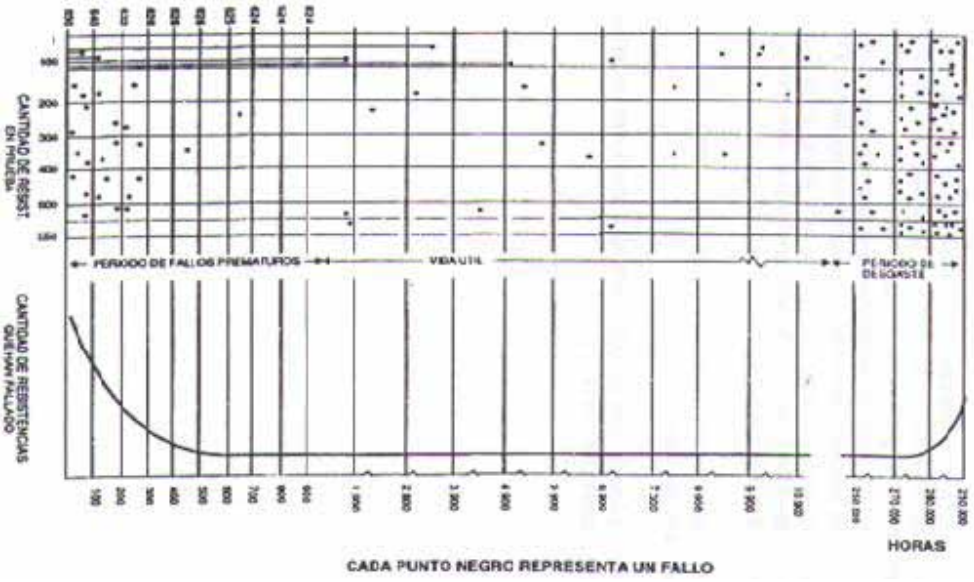


Figura 1: Curva de la bañera para una serie de fallos de discos duros.

Cuando se hace un estudio cuantitativo, aparte de analizar las curvas de fiabilidad o supervivencia (R(t)), se suelen definir una serie de medidas características propias de esta materia, como la vida media hasta el fallo (Mean Time To Failure, MTTF) o la media entre fallos (Men Time Between Failures, MTBF). Desde la perspectiva de un estudio cualitativo de la fiabilidad, se requiere del análisis modal de fallos y sus efectos (FMEA) o del análisis por árboles de fallos (FTA).

Existen métodos, tanto paramétricos como no paramétricos, que permiten estimar estos valores en función de las observaciones de los fallos de muestras de los productos analizados. Además, también se con guías de referencia para tasas de errores dependiendo del producto estudiado.

Características de los datos y modelos usados en fiabilidad

Cuando se examinan datos en trabajos de control de calidad, es habitual que si se inspecciona una muestra de 100 artículos, se obtienen 100 observaciones; estos datos, desde el punto de vista estadístico, se denominan datos completos. En el contexto de pruebas de fiabilidad, cuando se estudia una muestra de tamaño 100, es raro que se obtengan 100 observaciones completas, debido a que algunos de los artículos de la muestra pueden no fallar dentro de un período razonable de tiempo o la prueba puede detenerse antes de que fallen todas las unidades. Bajo estas circunstancias, o cuando se desea un análisis en una etapa intermedia antes de que finalice la prueba, el resultado será de *datos incompletos o de datos censurados*.

Un dato está censurado cuando sólo se dispone de una cuota para el tiempo de fallo. Cualquier estudio de fiabilidad debe tener presente cómo fueron obtenidos los datos, ya que cuando tenemos un dato censurado, el tiempo observado no corresponde a un tiempo de fallo; pero la información parcial proporcionada por esa observación de tiempo de censura, no debe ser rechazada para la obtención de modelos sobre o comportamiento de la variable.

La característica general de los datos censurados es que algunos tiempos de fallo no se conocen con exactitud por no haber podido ser completamente observados. Se pueden presentar tres mecanismos diferentes de censura, la que se denomina Censura de tipo I y que será la que ocurre cuando, debido a las restricciones en cuanto a la duración del estudio de fiabilidad, se decide terminar el estudio en un tiempo predeterminado, que se llamará tiempo de censura. La llamada Censura de tipo II es la que ocurre cuando se decide interrumpir el estudio en el instante en que se acumula un número predeterminado de fallos, menor que el número de ítems en estudio, y que también se suele denominar censura por fallo. Finalmente, se llamará censura aleatoria cuando el mecanismo de censura de tipo I se puede generalizar haciendo que el tiempo de censura de cada ítem sea aleatorio.

Además, estos mecanismos de censura representan ejemplos de lo que se conoce como censura por la derecha, cuya característica es que sólo se sabe que el tiempo de fallo de una observación censurada es mayor que cierto valor. La censura por la izquierda, cuando sólo se sabe que el tiempo de fallo del dato censurado es menor que cierto valor; y, con mayor generalidad, la censura por intervalos, en la que el tiempo de fallo tiene un valor intermedio entre dos tiempos.

Una vez que se dispone de una muestra de datos, es preciso ajustar algún modelo estadístico. La elección de un determinado modelo es en función de su flexibilidad para reproducir las características de las funciones de fiabilidad o de riesgo, y podrá abordarse desde dos perspectivas: la paramétrica y la no paramétrica. Cabe resaltar que en los estudios de fiabilidad aparecen varias respuestas que son intrínsecamente no negativas: tiempos de fallo, niveles de degradación, resistencia de materiales, número de eventos (fallos) en un periodo etc. Por ello, es común el uso de distribuciones de probabilidad como la exponencial, la lognormal, la Weibull, la de valores extremos, la Gamma, o la Poisson (ésta última para el número de fallos). Asimismo, es recomendable (aunque no muy habitual) usar análisis exploratorios de datos y estimaciones no paramétricas.

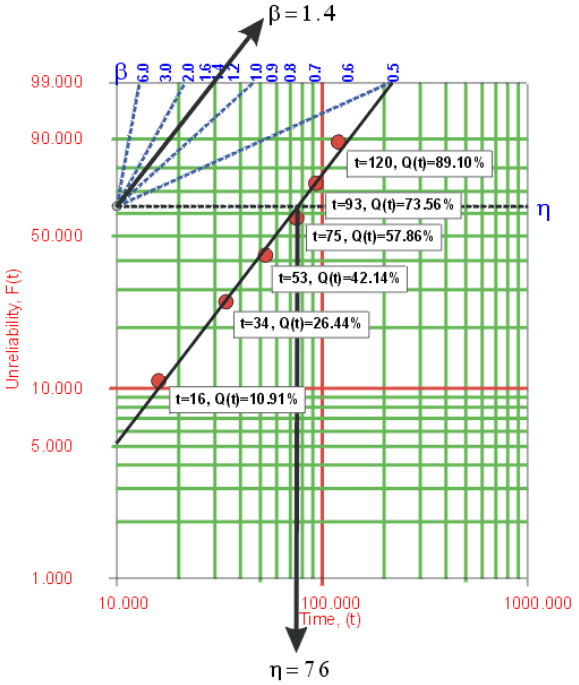


Figura 2: Ejemplo del empleo de la hoja Weibull para la estimación del tiempo de vida.

Sin duda, entre todas las distribuciones disponibles para la modelización de datos de tiempos de vida, sigue siendo la distribución denominada de Weibull y que hace honor a su descubridor, Waloddi Weibulll, profesor del Royal Institute of Technology en Suiza, que la propuso para describir la duración de aceros. Un caso particular, sería la propia distribución exponencial, que puede obtenerse como la Weibull para el caso en el que el parámetro de escala sea 1, y que sigue usando para la estimación del tiempo de vida de muchos dispositivos.

En el caso de la estimación paramétrica, el problema consiste en suponer que la función puede modelarse por una distribución concreta, que depende de un número finito de parámetros que será necesario estimar a partir de muestras de datos reales o simulados. Debido a que los valores observados en este tipo de problemas son positivos, la modelización usualmente supone una distribución de tipo no normal. Así, es común el empleo de distribuciones como la exponencial, la lognormal, la Weibull o la logística. Existen también modelos paramétricos específicos, como la relación de Arrhenius, que permiten modelar procesos en donde la duración de un material depende de la temperatura, que son usados en problemas de pruebas aceleradas.

La otra filosofía en la estimación de los modelos, la estimación no paramétrica, no presupone ningún modelo a priori para la distribución, se basa en la filosofía que algunos autores han llamado *"dejar que los datos decidan por sí mismos"*. E ste tipo de estudios, de gran aplicación en el contexto del análisis de supervivencia, no es de uso tan frecuente en el campo ingenieril de estimación de vida útil o tiempos de fallo.

Para la manipulación de estos datos existen también distintos programas estadísticos que permiten el tratamiento de datos de fiabilidad, pero es sobre todo el paquete estadístico SPLIDA (SPlus LIfe Data Analysis) el que cuenta con más adeptos. SPLIDA es un conjunto de funciones de S-PLUS con una interface gráfica diseñada para el análisis de datos de fiabilidad. Muchas de estas funciones están también disponibles para el programa de Software libre R, que se puede descargar desde la dirección http://cran.es.R-project.org/. Destaca especialmente, dentro de las aplicaciones del R para fiabilidad, la librería Survival y también el paquete Reliability.

Estimación no paramétrica de la fiabilidad

Los procedimientos estadísticos no paramétricos se caracterizan por no suponer que la distribución de la variable aleatoria de interés (en este caso, un tiempo de fallo) pertenece a una familia paramétrica. En ausencia de censura, dada una muestra de tiempos de fallo $T_1,\ldots,T_n$, se estima no paramétricamente mediante la función de supervivencia empírica, definida por:

$$\hat{R}(t) = P(T \geq t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{\{T_i > t\}}$$

Cuando se tienen tiempos con censura son los estimadores de Kaplan-Meier para la función de fiabilidad y de Nelson-Aelen para la función de riesgo acumulado los que presentan mejores propiedades estadísticas. Si se denota por $Y_1 <\ldots< Y_k$ los k tiempos distintos en los que ocurren fallos, y por di el número de fallos que ocurren durante el tiempo Y_i, siendo n_i el número de ítems que no han fallado ni han sido censurados antes del instante Y_i. se obtiene la siguiente expresión para el estimador no paramétrico Kaplan-Meier de la función de fiabilidad:

$$\hat{R}_{KM}(t) = \prod_{i/Y_i<t}^{n}\left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)$$

Para el caso de la estimación de la función de riesgo acumulado, el estimador no paramétrico más eficiente será el estimador Nelson-Aelen se puede expresar por:

$$\hat{H}_{NA}(t) = \prod_{i/Y_i<t}^{n}\frac{d_i}{n_i}$$

Existen expresiones sencillas para la obtención de la varianza de estos estimadores no paramétricos, que aunque proporcionan una interesante información sobre la precisión de la estimación del tiempo de vida, son más adecuados la utilización de intervalos de confianza para dar una mejor información de dichos estimadores. Entre las posibilidades para la obtención de intervalos de confianza se pueden optar por expresiones que recuerdan la forma de los intervalos para la media (intervalos basados en métodos lineales). Así, una fórmula que proporciona el intervalo de confianza, al nivel de confianza 100(1-α)% para la fiabilidad en el instante t_0 es:

$$\left(\hat{R}_{KM}(t_0) \mp Z_{\alpha/2}\sqrt{Var\left(\hat{R}_{KM}(t_0)\right)}\right)$$

Siendo Zα/2 el cuantil de orden 1-α/2 de la distribución normal estándar.

Aunque muchos de los programas de Software disponibles utilizan este tipo de métodos para la obtención de intervalos de confianza son, sin duda, los métodos basados en aplicar el logaritmo de la función de supervivencia los que mejor propiedades ofrecen. Así, el llamado *método*

log-log consiste en obtener un intervalo de confianza para $\log H_{KM}(t) = \log(-\log R_{KM}(t))$, que será después debidamente transformado a la escala de $R_{KM}(t)$. Este método es el que mejor comportamiento muestra ya que, además de garantizar que los límites de confianza no excedan del intervalo (0; 1), tiene la ventaja de que el valor de $\log(-\log R_{KM}(t))$ converge a la distribución normal más rápidamente que otros estimadores.

Debe mencionarse que los intervalos de confianza, estimados por cualquiera de los métodos, sólo son válidos para el tiempo puntual en que interesa hacer la inferencia. Sin embargo, en muchas aplicaciones resulta más eficaz hallar una banda de confianza que contenga en su interior a la propia función de fiabilidad $R(t)$ para todo t del intervalo (t_I, t_s), con un nivel de confianza dado. Formalmente, el problema consiste en encontrar dos funciones aleatorias $Inf(t)$ y $Sup(t)$ tales que verifiquen:

$$1-\alpha = P\left(Inf(t) \le R(t) \le Sup(t) / t \in (t_I, t_s)\right)$$

A esta región se denomina *banda de confianza* para $R(t)$ al nivel de confianza 1-a. Existen varios métodos para la obtención de bandas de confianza, siendo los más utilizados los de Nair y Hall-Wellner.

Los últimos años fueron pródigos en obtención de resultados relativos a distintas propiedades del estimador de Kaplan-Meier (Kaplan e Meier 1958) y de Nelson-Aelen (Nelson (1972) y Aalen (1978)). En cierta medida, se obtuvieron propiedades paralelas a las de la distribución empírica, que ya estaban desarrolladas en libro clásicos como el de Billingsley (1968). Una constante común a todas estas propiedades es su generalización relativa a las de la distribución empírica.

El artículo de Lawless (2000) contiene una breve revisión sobre las técnicas estadísticas utilizadas en fiabilidad, así como los nuevos retos y líneas de investigación en este campo. Entre estos retos destacan los ensayos acelerados para modelos físicos de degradación y fallo (Nelson; 1990) y los modelos de riesgo en competencia (Crowder; 2001).

Fiabilidad de sistemas

Un sistema es una colección de componentes o subsistemas dispuestos de acuerdo a un diseño dado con el propósito de lograr el cumplimiento de unas determinadas funciones con una adecuación y fiabilidad aceptables. El tipo de componentes, su cantidad, su calidad y el modo en que están dispuestas, tiene un efecto directo en la fiabilidad final de todo el sistema. Para su estudio son útiles el uso de diagramas de bloques en el que se representa de forma gráfica los distintos componentes del sistema, y la relación entre cada uno de ellos desde el punto de vista de la fiabilidad.

Existen dos áreas distintas en fiabilidad de sistemas: los sistemas reparables y los de componentes o unidades reemplazables. En general, el análisis y la modelización de datos de estas dos áreas requieren de diferentes supuestos acerca de los datos y de diferentes métodos de muestreo para obtenerlos.

Además de la fiabilidad, en el caso de sistemas reparables es de gran interés estimar también otras características como la *Disponibilidad* y la *Mantenibilidad*. La Disponibilidad es una medida de la relación entre el tiempo operativo y el tiempo de vida considerado. Como este es, a su vez, la suma del tiempo operativo más el tiempo inoperativo, podemos decir que la disponibilidad es:

$$Disponibilidad = \frac{\text{Tiempo Operativo}}{\text{Tiempo Operativo} + \text{Tiempo Inoperativo}}$$

Mientras que la Mantenibilidad es una medida que estima el tiempo en que un sistema o equipo averiado puede repararse volviendo al estado operacional después de un fallo. Depende de factores intrínsecos al sistema y de factores externos (personal de mantenimiento, repuestos, etc.).

La fiabilidad de un sistema depende tanto de la fiabilidad individual de cada una de las componentes, como del modo lógico en que están conectadas dichas componentes en relación con el funcionamiento o no del sistema. Las principales relaciones estructurales entre un dispositivo y sus componentes son en serie o en paralelo. La disposición en serie es aquella en la que todos los componentes deben funcionar para que funcione el sistema; dicho de otra forma, el fallo de cualquiera de sus componentes implica el fallo del sistema. Mientras que la disposición en paralelo será aquella donde el funcionamiento de cualquiera de los componentes implica la del sistema; dicho de otro modo, el fallo del sistema sólo se produce si fallan todos los dispositivos. Una generalización del sistema en paralelo es aquella en la que se requiere el funcionamiento de *k* de las *n* unidades para que el sistema funcione. En general, cualquier sistema se puede estructurar como combinaciones de series y paralelos.

Las expresiones de la fiabilidad en el caso de un sistema en serie son: $R(t) = R_1(t)R_2(t)\cdots R_n(t)$

$$H(t) = H_1(t) + H_2(t) + \cdots + H_n(t)$$

$$H(t) = \int_0^t h(x)dx$$

Mientras que para una combinación de n componentes en paralelo se obtendría:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} F_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i(t))$$

Para un sistema integrado por un número pequeño de equipos, la fiabilidad, disponibilidad y mantenibilidad pueden obtenerse a partir de sus valores de MTBF (Tiempo medio entre fallos) y MTTR (Tiempo medio de reparaciones) por cálculos directos. A medida que el sistema se hace más complejo, los cálculos necesarios resultan largos y difíciles y es necesario recurrir a la simulación matemática.

Una de las alternativas actuales para el estudio de estos sistemas complejos es la simulación de los modelos mediante el uso de técnicas de Montecarlo, el empleo de técnicas de apoyo logístico integrado (ALI), o el uso de la denominada metodología RCM asociada al estudio de la criticidad de los modos de fallo y su probabilidad de ocurrencia para estimar el riesgo. Estas acciones permiten estimar la fiabilidad del sistema a partir del estudio de los árboles de los elementos que lo configuran.

La tendencia actual en el estudio de la fiabilidad de sistemas complejos es agrupar varias de estas técnicas, como el caso de la llamada ARM (Availability, Reliability y Maintainability). Esta filosofía que engloba la disponibilidad (Availability), la fiabilidad (Reliability) y la mantenibilidad (Maintainability), busca mejorar el rendimiento del sistema al tiempo que reduce el alto costo del mantenimiento no programado, eliminar la pérdida de ingresos causada por mantenimiento no programado, y escapar de una cultura de mantenimiento reactivo. Para la aplicación de la técnica ARM será preciso conocer con detalle los diagramas de los sistemas de fiabilidad y su criticidad.

Modelos de degradación y pruebas aceleradas

Muchos de los experimentos necesarios para el estudio del tiempo de vida de materiales requieren analizar cómo se van degradando con diferentes exposiciones a temperaturas cambiantes, presión, humedad, etc, para lo que se utilizan métodos que aceleren estas condiciones ambientales con objeto de predecir su vida útil.

La mayoría de los productos modernos están diseñados para operar sin fallos por períodos largos de tiempo y sólo un número reducido de unidades fallará o se degradará apreciablemente en un ensayo en condiciones reales de utilización, por lo que se hace necesario acelerar este tipo de experimentos para observar en un período corto de tiempo los posibles problemas de fallos o degradaciones. Es lo que se conocen como pruebas aceleradas y de degradación.

Muchos de estos fallos se producen por degradación química, en este caso, la frecuencia de la tasa de degradación puede acelerarse haciendo ensayos a temperaturas más altas que la usual. En otros casos, las piezas suelen probarse a niveles de esfuerzo más altos que el usual (esfuerzos mecánicos, de voltaje, o de presión). Existen en este tipo de pruebas modelos físicos apropiados para cada uno de los casos que relacionan el esfuerzo aplicado con la respuesta, permitiendo estimar la constante de aceleración para analizar de este modo el tiempo de vida en condiciones ambientales de uso. El libro de Meeker y Escobar (1998) es un magnífico referente de varios ejemplos de este tipo de pruebas y modelos.

Entre los métodos de degradación, son sin duda los modelos físicos, como el modelo de Arrhenius para la temperatura o el de Paris para los estudios de fatiga, los de mayor aplicación.

$$\frac{dm}{dt} = -f(m)k(T)q(m,T)$$

$$k(T) = A \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

$$\ln k(T) = \ln A - \frac{E_a}{R}\frac{1}{T} \qquad \textit{(modelo Arrhenius)}$$

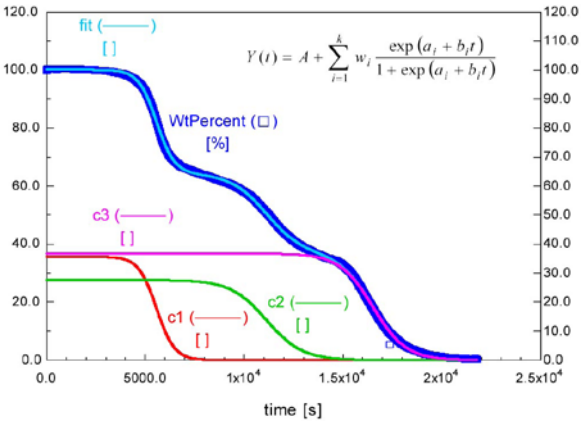


Figura 3: Aplicación del modelo de Mezcla de Logísticas a un problema de degradación de nanomateriales.

Sin embargo, existen alternativas de nuevas propuestas, desde el punto de vista de la modelización de curvas que mejoran los resultados, como pueden ser aplicaciones del modelo de mezcla de funciones logísticas que se propone como una alternativa al de Arrhenius (véase Naya et al. 2006) y del que se pueden establecer contrastes de hipótesis sobre su validez (véase Cao y Naya; 2009).

Aplicación a un caso práctico

Como ejemplo se analizará uno de los sistemas más relevantes en la fiabilidad de un submarino como es el sistema AIP (Air Independent Propulsion System). El AIP está diseñado para alimentar y recargar las baterías de un submarino convencional (diésel-eléctrico), de forma que la combinación de los dos equipos permita al mismo prolongar considerablemente su autonomía bajo el agua, permitiéndole permanecer mucho más tiempo sumergido sin necesidad de intercambiar nada con la atmósfera, e incrementar así su 'Coeficiente de Indiscreción'. Este coeficiente da una idea del tiempo que un submarino puede permanecer bajo el agua sin necesidad de ponerse a cota periscópica. Se realizaron un total de 20 pruebas aceleradas con este tipo de sistemas AIP anotando los tiempos (en días) estimados en los que las baterías fallaron, como se presenta en la tabla siguiente, en la columna C se muestra si existe o no censura, indicando con un 1 cuando el tiempo no está censurado y con 0 cuando sí lo está:

t	2.5	4.1	5.2	6	6.5	7	7.1	8	8.2	10	11	12.8	13.5	14.2	15	17.5	18	20	21	30
C	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1

Con estos datos se puede ajustar una distribución tipo Weibull, resultado un ajuste adecuado (se contrasta su bondad mediante un test Chi-Cuadrado), con unos parámetros de forma de 1.882 y de escala de 13.443.

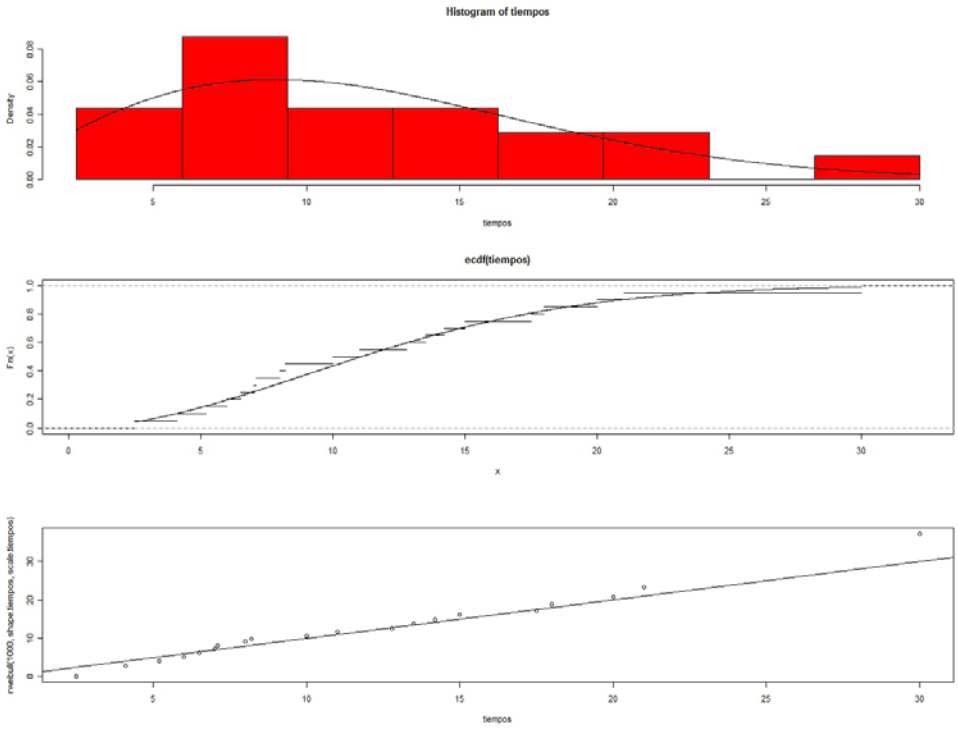


Figura 4: Ajuste de la distribución Weibull (W(1.882;13.443) a los datos de las baterías.

A continuación se realizará un estudio de estos datos del tiempo de vida de las baterías utilizando el estimador no paramétrico de Kaplan-Meier. En la siguiente tabla pueden verse los valores estimados mediante este estimador. También pueden observarse estos valores la Figura 5.

Tiempos (sin censura)	Fiabilidad estimada	IC al 95% Inferior	IC al 95% Superior
2.5	0.9500	0.8591	1.0
4.1	0.9000	0.7777	1.0
5.2	0.8500	0.7071	1.0
6.0	0.8000	0.6426	0.996
6.5	0.7500	0.5823	0.966
7.1	0.6964	0.5202	0.932
8.0	0.6429	0.4616	0.895
8.2	0.5893	0.4060	0.855
11.0	0.5304	0.3464	0.812
12.8	0.4714	0.2904	0.765
13.5	0.4125	0.2378	0.716
14.2	0.3536	0.1886	0.663
15.0	0.2946	0.1430	0.607
17.5	0.2357	0.1012	0.549
20.0	0.1571	0.0491	0.503
21.0	0.0786	0.0129	0.480
30.0	0.0000		

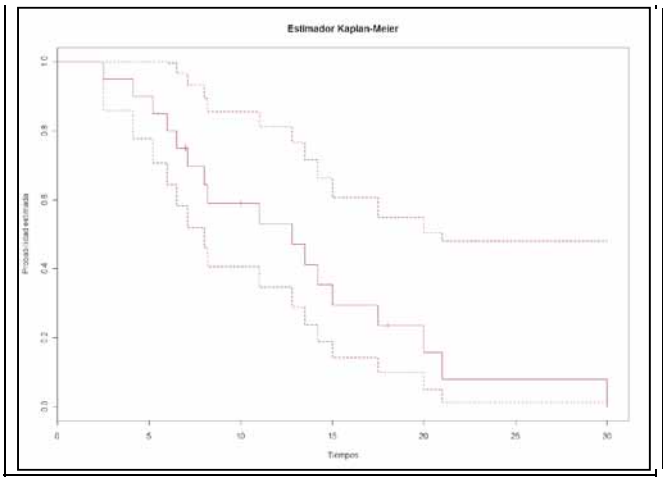


Figura 5: Estimador Kaplan-Meier para los tiempos de las baterías con sus bandas de confianza.

Nuevos retos

Entre los nuevos retos podría señalarse la aplicación de técnicas robustas. Entendiendo la robustez estadística como la habilidad (de un producto o proceso) para realizar su función, de forma efectiva, bajo una variedad de condiciones operativas y ambientales (incluyendo desgaste o degradación a largo plazo). En este sentido, el reto estaría en diseñar productos cada vez más robustos a los ruidos ambientales.

En el caso de la fiabilidad de sistemas, además de las técnicas integradas que estudian simultáneamente la disponibilidad, fiabilidad y matenibilidad (modelos ARM) serán, sin duda, la implementación de nuevos métodos de optimización de los complejos sistemas de ecuaciones, mediante el empleo de algoritmos específicos, los que irán apareciendo para mejorar los complicados sistemas de los que constan la mayoría de los aparatos actuales.

Por otra parte, como ya se mencionó anteriormente, el desarrollo teórico alcanzado en la estimación no paramétrica y semiparamétrica de curvas, unida a la actual potencia computacional, se ha alcanzado una etapa de madurez como fruto de la cual son cada vez más el número de problemas de interés práctico que mediante estas técnicas se pueden tratar.

En el contexto no paramétrico, en la actualidad existen numerosísimas situaciones reales en las que los métodos de estimación no paramétrica de curvas constituyen una herramienta fundamental para su análisis. Así, en un modelo de censura aleatoria por la derecha la probabilidad de no censura, condicionada al valor de la variable observada es una función que puede estimarse no paramétricamente. Utilizando dicha estimación en la relación que permite expresar la función de razón de fallo acumulativa en términos de la probabilidad condicionada anterior, y la distribución de la variable observable, se llega a nuevos estimador de la razón de fallo, de la función de distribución o de la de densidad. Estos estimadores, llamados presuavizados, han sido propuestos y estudiados para la función de distribución y la función de fallo acumulativa por Cao y Jácome (2004), pero su aplicación al contexto de aplicaciones industriales es un tema que está aún pendiente.

Asimismo, en el contexto paramétrico se han propuesto un método alternativo a los modelos cinéticos y de degradación de materiales tipo Arrhenius basado en la mezcla de funciones logísticas (ver Naya et al. 2006) que está siendo de gran interés en la aplicación a datos reales.

En un futuro cercano, debido al empleo de nuevos materiales, como polímeros o nanomateriales, para conocer su vida útil deben emplearse pruebas de degradación y/o vida acelerada, que precisan, por una parte, del análisis térmico (sometiendo las muestras a diferentes temperaturas) y, por otra, de la utilización de nueva metodología estadística para poder estimar convenientemente distintas características de fiabilidad. El uso combinado de varias de estas técnicas y la incorporación de nuevas herramientas, como la estadística de datos funcionales (véase Naya et al 2011) permitirá considerar el fallo de los materiales desde otras perspectivas, lo que propiciará nuevas metodologías para la futura estimación de tiempos de vida de estos nuevos materiales.

Conclusiones

La fiabilidad presenta una serie de aplicaciones técnicas estadísticas que están aún empezando a emplearse de forma habitual en problemas de ingeniería, por lo que resulta ser una rama emergente con interesantes problemas abiertos. La aplicación de métodos de nueva aparición en el campo de la fiabilidad y mantenibilidad, como es el caso de modelos de tipo no paramétrico, la simulación de sistemas complejos, o las técnicas ARM que relacionen la mantenibilidad y la fiabilidad de sus componentes, serán una de las líneas que, de seguro, más pronto que tarde, irán incorporándose en estos estudios.

Hoy en día, las industrias enfrentan una competencia global intensa, un mercado globalizado y complejo, una presión por ciclos de producción más cortos, productividad basada en objetivos medibles, restricciones de coste más severas. En definitiva, unas expectativas de mejor fiabilidad por parte de los consumidores que hacen que las técnicas estadísticas sean más imprescindibles para la toma de decisiones y la mejora. Por lo que se podría concluir, que dado que los problemas de fiabilidad generan interesantes y complejos retos para ser investigados, divulgados e implantados, parece claro que estas técnicas continuarán creciendo y evolucionando para conseguir productos y servicios cada vez más fiables.

Bibliografía

1. Aalen O. (1978). *"Non parametric inference for a family of counting processes".* Annals of Statistics. 6, 701-726.
2. Billingsley, P. (1968). *Weak convergence of probability measures*. Wiley, New York.
3. Breitler, A. L. y Sloan, C. (2005). *"Proceedings of the American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Air Force T&E Days Conference",* Nashville, TN, December, 2005: System Reliability Prediction: towards a General Approach Using a Neural Network.
4. Cao, R. y Jácome, M.A. (2004). *"Presmoothed kernel density estimator for censored data".* Journal of Nonparametric Statistics, 16, 289-309.

5. Cao R., Naya S., Artiaga R., García A. y Varela A. (2004). "*Logistic approach to polymer degradation in dynamic TGA*". Polymer Degradation and Stability, 85, 667-674.

6. Cao, R. y Naya, S. (2009). *"Nonlinear regression checking via local polynomial smoothing with applications to thermogravimetric analysis".* Journal of Chemometrics. 23, 6; 275-282.

7. Castillo, E. and Fernandez-Canteli, A. (2009). *A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*. Springer.

8. Condra, L. (2001). *Reliability Improvement with Design of Experiments*, Second Edition, Marcel Dekker. New York.

9. Crowder, M. (2001). *Classical Competing Riks*. Chapman & Hall, New York.

10. Kaplan, E. L. y Meier, P. (1958). *"Nonparametric estimation from incomplete observations".* Journal of the American Statistical Association, 53, 457-481.

11. Lawless, J. (2000). *"Statistics in Reliability".* Journal of the American Statistical Association, 95, 989-992.

12. Meeker, W. y Escobar, L. (1998). *Statistical Methods for Reliability Data*. John Wiley & Sons, New York.

13. MIL-STD-785B *Reliability Program Standard for Systems Design*, Development, and Manufacturing, (2008)

14. MIL-HDBK-217F *Reliability Prediction of Electronic Equipment*, U.S. Department of Defense (1991).

15. MIL-HDBK-781A *Reliability Test Methods, Plans, and Environments for Engineering Development*, Qualification, and Production, U.S. Department of Defense (1996).

16. NSWC-06. *Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment*, Naval Surface Warfare Center (2006).

17. Naya, S., Cao, R., Artiaga, R. Barbadillo, F. e Lopez-Ullibarri, I. (2006). *"Logistic mixture model vs Arrhenius for kinetic study of degradation of materials by dynamic thermogravimetric analysis".* Journal of Chemometrics. 20, 158-163.

18. Naya, S, Francisco M. Tarrío, J. López-Beceiro, J. y Artiaga, R. (2011). *"Applications of Funtional Data Analysis to material Science".* Capítulo del libro Recent Advances in Functional Data Analysis and Related Topics. 36, 231-237.

19. Nelson W. (1972). *"Theory and applications of hazard plotting for censored failure data".* Technometrics. 14, 945-966.

20. Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses.* John Wiley & Sons, New York.

21. Nelson, W. (2003). *Recurrent Events Data Analysis for Product Repairs, Disease Recurrences, and Other Applications.* ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability.

22. Nelson, W. (2004). *Accelerated Testing - Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, John Wiley & Sons, New York.

23. Paris, P.C. and Erdogan, F. (1960). *"A critical analysis of crack propagation laws".* Journal of Basic Engineering, ASME Trans. 85, pp 528-534.

24. Pinheiro, J. and Bates, D. (1995). *"Approximations to the log-likelihood function in the nonlinear mixed-effects model".* Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol. 4, No. 1 pp. 12-35.

25. Tarrío-Saavedra, J., Naya, S., Francisco-Fernández, M., Artiaga R., López-Beceiro, J. (2011). *"Application of functional ANOVA to the study of thermal stability of micro-nano silica epoxy composites"*. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 105, 114–124.

26. Weibull W. author. (1939). *A Statistical Theory Of The Strength Of Materials Ingeniörsvetenskapsakademiens* Handlingar Nr 151. Stockholm.

27. http://www.rtve.es/television/documentales/comprar-tirar-comprar/.

Documental sobre obsolescencia programada. Buscado en Internet el 26 de septiembre de 2011.

Tecnología tradicional y software dinámico en el proceso de la visualización

Eder Antonio Barrios Hernández
Docente de Tiempo Completo Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Tecnológica de Bolívar. Colombia.
ebarrios@unitecnologica.edu.co

Guillermo Luis Muñoz Rodríguez
Docente de Tiempo parcial Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Tecnológica de Bolívar. Colombia.
guillelee@hotmail.com

Irving Guillermo Zetién Castillo
Docente de Tiempo parcial Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Tecnológica de Bolívar. Colombia.
izetien@Hotmail.com

Resumen

La visualización es un proceso cognitivo fundamental en el proceso del aprendizaje de las matemáticas y es clave en la resolución de problemas y en el razonamiento de una persona. Por ello, se considera importante la descripción y el análisis de los procesos cognitivos que intervienen cuando se resuelve una actividad matemática y específicamente geométrica mediante el uso de la tecnología tradicional (lápiz y papel) y comparar la solución con el software dinámico. Este estudio se ajusta a los principales referentes teóricos de la psicología cognitiva; tales como los trabajos de Piaget que identifica las estructuras mentales del individuo en sus aspectos cognitivos, y al modelo teórico propuesto por Raymond Duval (1998). El trabajo tomó en cuenta un enfoque de investigación cualitativa a dos estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la Universidad Tecnológica de Bolívar (Cartagena - Colombia).

Palabras Clave

Visualización, Software dinámico, resolución de problemas, geometría, Cabri.

Abstract

Visualization is a main cognitive stage in the process of learning mathematics; in addition it is a key for solving problems and reasoning skills of a person. Thus, it is important the description and analysis of the cognitive processes involved when solving a mathematical task; and specially geometry using traditional technology (pen and paper) and comparing with the solution of the dynamicsoftware.

This study follows the main theoretical framework of cognitive psychology, such as Piaget's work which identifies the individual's mental structures in its cognitive aspects, as well as the theoretical model proposed by Raymond Duval (1998). The research with a qualitative research approach took into account two first semester students of engineering of the Universidad Tecnológica de Bolívar (Cartagena - Colombia).

Keywords

Visualization, dynamic software, problem solving, geometry, Cabri.

Introducción

Este estudio describe teórica y analíticamente los procesos cognitivos que intervienen cuando se resuelve una actividad matemática, y específicamente geométrica, mediante el uso de la tecnología tradicional (lápiz y papel) y se compara el resultado con el software dinámico. El trabajo se elaboró con la intención de aportar a las investigaciones que, en general, han abordado el estudio de la visualización en términos de la racionalidad instrumental cognitivista en el escenario de utilización de software dinámico Cabri.

La investigación se ajusta a los principales referentes teóricos de la psicología cognitiva, tales como los trabajos de Piaget, que identifica las estructuras mentales del individuo y las etapas de formación en el desarrollo del pensamiento humano, en sus aspectos cognitivos y cognoscitivos; así como al modelo teórico propuesto por Raymond Duval (1998). En este sentido, los aportes de Brunner, Vigostky, et al., proponen que lo cognitivo no debe ser un obstáculo en la práctica educativa. Según Kieran y Guzmán (2003), debe existir una sinergia en el desarrollo de las actividades que comprometa al alumno, maestro y el uso de cualquier herramienta tecnológica en la comprensión y solución de un problema matemático.

¿Por qué son importantes las Matemáticas y específicamente la Geometría en el proceso del aprendizaje de un individuo? Como es de conocimiento general, ellas constituyen un vehículo mediante el cual tiene lugar el aprendizaje humano complejo. Las Matemáticas hoy se enfocan hacia el desarrollo de las competencias necesarias para crear, resolver problemas, razonar, argumentar, establecer conexiones y comunicar resultados (López: 2002). Ellas desarrollan en el estudiante su capacidad de análisis y de abstracción y capacita a los estudiantes para diseñar y aplicar modelos matemáticos específicos en su profesión.

La idea de observar los procesos de construcción de conocimiento y desarrollar habilidades de pensamiento en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en los estudiantes que ingresan a los primeros semestres de la Universidad Tecnológica de Bolívar, es de mucha relevancia, pues es posible constatar las grandes dificultades que estos presentan, muchas de las cuales tienen su origen en los pocos desarrollos de procesos cognitivos en la formación básica, razón por la cual, se generan problemas que dificultan los procesos de aprendizaje durante los primeros semestres de la carrera y que, además, se convierten en obstáculos muy serios para la asimilación de conceptos científicos.
El trabajo tomó en cuenta un enfoque de investigación cualitativa a dos estudiantes de primer semestre de Ingeniería en el ciclo de ciencias básicas de la Universidad Tecnológica de Bolívar (Cartagena Colombia), cuyas edades oscilan entre los 16 y 18 años. En el estudio se diseñaron e implementaron diversas actividades, donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de utilizar distintas representaciones, formular preguntas, construir conjeturas, buscar relaciones y presentar distintos argumentos para comunicar resultados.

Objetivo general:

Constituir los pasos que se dan en el desarrollo del proceso cognitivo de la visualización y que intervienen en los estudiantes de primer nivel universitario, al resolver una actividad geométrica mediante el uso de la tecnología tradicional y compara la solución con software dinámico Cabri.

Objetivos específicos:

- Describir los procesos cognitivos de la visualización que emplean los estudiantes de nivel superior, en torno a la construcción y justificación de conjeturas en la resolución de problemas geométricos, en un escenario de tecnología tradicional y otro con software dinámico Cabri.

- Aplicar los diferentes niveles de visualización, propuestos por Raymond Duval, en estudiantes de nivel superior al resolver problemas de tipo geométrico con la tecnología tradicional (lápiz y papel) y con software dinámico.

Desarrollo y momentos del proceso investigativo

Para iniciar el proceso de análisis de este estudio se solicitó la participación de estudiantes de una institución superior privada de la ciudad de Cartagena de Indias. Los acercamientos con estos estudiantes se hicieron de manera individual y colectiva, por parte de los investigadores; individual, por cuanto cada investigador tuvo acercamientos específicos con cada estudiante de la institución; colectiva, en tanto se desarrollaron capacitaciones con el grupo de estudiantes sobre el manejo del software dinámico. De estas inducciones surgió el compromiso inicial de dos estudiantes con los cuales se continúo el proceso investigativo.

En estos espacios se comparte, se dialoga, se reiteraran permanentemente los propósitos de la investigación y se establecieron los compromisos de los estudiantes para desarrollar sus propios trabajos, tanto a papel y lápiz, como utilizando el software dinámico y permitir que sus actividades fueran observadas, participar en las entrevistas en profundidad, realizar los talleres con el computador, colaborar dinámicamente en los diferentes instantes del proceso investigativo, a partir de poner en práctica sus sentires y sus habilidades tecnológicas en el proceso de solución de problemas con el acompañamiento de los investigadores.

En este estudio el tratamiento de la información se realizó de manera cualitativa, unas veces con carácter exploratorio y descriptivo y otras con carácter interpretativo; en tanto, lo que se intenta es mostrar los desempeños y actitudes de los estudiantes en los ámbitos del pensar, sentir y actuar en relación con la capacidad cognitiva de la visualización utilizada en la solución de problemas geométricos. La confiabilidad de este trabajo se funda en las observaciones sistemáticas sobre aspectos considerados fundamentales en los niveles de visualización según Raymond Duval: ***percepción visual global, nivel de percepción de elementos constitutivos y nivel operativo de percepción visual.***

Dicho de otra manera, en la búsqueda de imprimirle rigurosidad al estudio se implementaron varias técnicas de recolección de datos que permitieron hacer más confiables los resultados. En este sentido, se utilizaron distintos procedimientos y formas para buscar las evidencias, tales como el pensar en voz alta, la entrevista estructurada, observaciones de aplicación de actividades y conversatorios en torno a las actividades reaplicadas. Es importante señalar que la selección de estas técnicas de recolección de información, se basó en el análisis de las necesidades de información que requiere el estudio para conocer en profundidad el desarrollo del proceso de visualización en la solución de una actividad de tipo geométrico a papel y lápiz y usando la tecnología.

El carácter cualitativo de la investigación se manifiesta tanto en las técnicas como en los instrumentos utilizados, así como por la evolución misma del proceso, el cual mantiene una coherencia entre objetivos, marco teórico y diseño metodológico.

Por tanto, se escogieron dos (2) estudiantes de primer semestre de un curso de Ingeniería de la Universidad Tecnológica de Bolívar y se le aplicó un Estudio de Casos a cada estudiante. En el estudio se utilizaron las técnicas de pensar en voz alta y el cuestionario, así como los instrumentos; la construcción de la figura geométrica de un rectángulo y una guía de trabajo, valorada por unos jueces expertos.

- En un primer momento se manifiesta a cada estudiante la intención y propósito del estudio y su importancia dentro del proceso de aprendizaje de las matemáticas, así como su papel relevante en el estudio en mención.

- En un segundo momento, se realiza una capacitación sobre el uso del software dinámico Cabri..

- En un momento tres, los jueces expertos dan su visto bueno al instrumento y adicionan algunas recomendaciones que tuvimos en cuenta en la construcción final de este último.

- Seguimos en un momento cuatro con la aplicación del instrumento.

- En un quinto momento, el estudiante se enfrenta a la solución del mismo problema, pero esta vez, utilizando el software dinámico cabri.

- En un sexto momento, el estudiante se somete a una entrevista estructurada.

Resultados

Los resultados del presente estudio "tecnología tradicional y software dinámico en el proceso de la visualización" se obtuvieron teniendo en cuenta el uso de la tecnología tradicional (papel y lápiz) y el del software dinámico (Cabri) en la resolución de una actividad geométrica". Esta investigación es de carácter cualitativo y el diseño empleado fue un estudio de casos. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Conclusiones

- El software dinámico Cabri permite al estudiante visualizar la figura geométrica tal como es, permitiéndole así la apropiación significativa del concepto matemático.

- La tecnología y específicamente el software dinámico capacita a los estudiantes para visualizar la geometría de manera activa, tal como ellos generan sus propias imágenes mentales.

- La naturaleza dinámica del software dinámico Cabri permite desarrollar la capacidad de visualización matemática con la figura en cualquier posición y el vínculo dinámico entre las partes de la figura facilita la formulación y comprobación de conceptos.

- El uso del software dinámico Cabri favorece en la articulación de las diferentes representaciones del concepto.

- Mediante esta experiencia se pudo reafirmar que: el conocimiento no es resultado ni de la sola actividad del sujeto, ni tampoco de la sola presencia del objeto de conocimiento. El conocimiento surge de la interacción del sujeto cognoscente y el objeto de su conocimiento. Ellos constituyen una pareja dialéctica indisociable (Moreno, 2002).

- Se pudo comprobar que para la apropiación de los conceptos es necesario que el registro de las figuras y la expresión verbal se efectúen simultáneamente. Como afirma Raymond Duval "Es necesaria la coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico en lengua natural (1996).

Este estudio ha permitido identificar y analizar el efecto de la visualización en el proceso del aprendizaje de la geometría, en particular, de dos estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Bolívar, y de qué manera el uso de la herramienta tecnológica (Software dinámico cabri) influye en el desarrollo del proceso cognitivo de la visualización. El análisis del estudio se hizo teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación, dentro del marco de los tres niveles de visualización establecidos por Raymond Duval.

El proceso de análisis de las grabaciones, videos y técnicas utilizadas en los casos de este trabajo, arroja una información muy valiosa que puede ser útil en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje que se imparte a los estudiantes en la matemática y específicamente en la geometría y constituye un aporte a la educación de las matemáticas, conociendo las creencias, temores, tabúes y mitos que sienten los estudiantes y que constituyen en causa fundamental en el bajo rendimiento académico y la fobia por esta área.

NIVEL DE VISUALIZACIÓN	PAPEL Y LÁPIZ	SOFTWARE DINÁMICO
Nivel de Percepción de elementos constitutivos	Construye una figura geométrica sin tener en cuenta las características de los elementos que la constituyen. Esto es, el estudiante no identifica las rectas paralelas y/o las rectas perpendiculares, así como los ángulos rectos para la construcción de la figura. Hay deficiencia en el lenguaje geométrico.	Construye el rectángulo, teniendo muy presente durante el proceso qué rectas paralelas y qué rectas perpendiculares utiliza, así como el tipo de ángulo. Es decir, tiene muy en cuenta las características de los elementos que componen la figura geométrica. En este caso, consideramos que el estudiante ha logrado superar este nivel.

Nivel global de percepción visual	En la definición de la figura geométrica (un rectángulo), quedan algunos procesos cognitivos de visualización sin desarrollar, pues la definición que concluye de un rectángulo es incompleta e inconsistente. No se ha apropiado del concepto. No establece relaciones entre sus elementos. Desconoce las características que permiten identificar la figura.	En la definición de la figura geométrica (un rectángulo), los procesos cognitivos de visualización logran que el estudiante concluya, definiendo correctamente que es un rectángulo. Habla con propiedad de los elementos que constituyen la figura. La herramienta le permite verificar sus conjeturas.
Operativo de percepción visual	En el momento de determinar la relación existente entre el perímetro y el área de la figura geométrica (un rectángulo), el estudiante no encuentra la información suficiente para definir dicha relación. Es decir, en el instante de responder a este interrogante su proceso cognitivo de visualización no es desarrollado suficientemente para dar una respuesta significativa. Esto quiere decir que La estaticidad de la figura no le permite visualizar ciertas relaciones entre los elementos. El papel y lápiz no le permite hacer mayores transformaciones.	En el momento de determinar la relación existente entre el perímetro y el área de la figura geométrica (un rectángulo), el estudiante encuentra en el software dinámico la información suficiente para definir dicha relación. Es decir, en el instante de responder acertadamente a este interrogante su proceso cognitivo de visualización es suficiente para percibir la transformación de la figura y dar una respuesta significativa. El instrumento le ayuda a visualizar relaciones de proporcionalidad y variación entre los elementos. Puede visualizar las partes que varían y las invariables.

Bibliografía

1. Aguirre, E. (1995). *Enfoques teóricos contemporáneos en psicología*, Bogotá, Unisur.
2. EArtz & Armour-Thomas (1990). "*Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem-solving in small groups".* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA.
3. Bonilla, E. (1989). "*La evaluación cualitativa como fuente de información*". Trabajo elaborado para el Seminario sobre usos de datos cualitativos. Honduras, Tegucigalpa (Inédito). Citado por: Bonilla-Castro, Elsy y Rodríguez Penélope en: La investigación en Ciencias Sociales. Más allá del dilema de los Métodos. Santa fe de Bogota, ediciones UNIANDES, 1995, Pág. 70.
4. Castiblanco, A.; Urquina, H.; Camargo, L. & Acosta, M. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá D.C. Ministerio de Educación Nacional. Serie documentos.
5. Clemens, S (1989). *Geometría con aplicaciones y solución de problemas.* Addison Wesley Iberoamérica. S. A.
6. De Guzmán, M (1993). T*endencias innovadoras en educación Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.* Editorial Popular. ISBN: 84-7884-092-3. (En Línea): http://www.oei.org.co/oeivirt/ edumat.htm
7. Duval, R, (1996). *Recursos en Didácticas de las Matemáticas.* Vol. 16, #3, pp. 349-382.

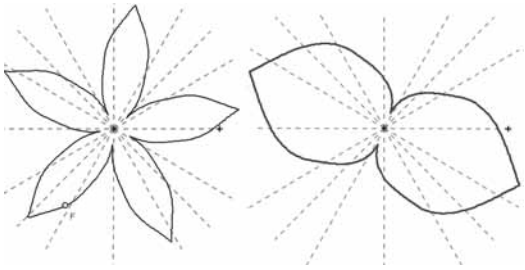
8. Hitt, F, (2002). *"Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum".* En: Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamericana.

9. Lizarazo, C., (2005). *Exploraciones de los alumnos de nivel medio superior mediante el uso de la TI-92 en la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales de 2x2*. Tesis de maestría publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN México. pp .7- 32

10. Lopez, L. (2007). *"Procesos de resolución de problemas y pensamiento cognitivo y metacognitivo en geometría".* S.D., Universidad del Norte.

11. Moreno, L. (2001). *"Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media colombiana".* (Proyecto MEN de Colombia)

Trigonometría del cuadrado y coordenadas polares: Estudio de la trigonometría definida desde un cuadrado y gráficas polares a partir de ésta



Camilo Andrés Ramírez

Docente Instituto Pedagógico Nacional
Maestría en Matemática Aplicada,
Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.
kamandramsan@gmail.com

Ángela Salgado
Laura C. Gracia
Laura Vargas
Lina Zúñiga

Estudiantes Instituto Pedagógico Nacional, Bogotá, Colombia.

Resumen

Se presenta un estudio alternativo de la trigonometría tradicional al definir las funciones trigonométricas a partir de un cuadrado y no de un círculo unitario. El trabajo se divide en dos partes, primero se presentará tablas y gráficas de las nuevas funciones y se verán algunas similitudes, ventajas y desventajas del trabajo con respecto a la trigonometría clásica. Una segunda parte presentará el manejo de gráficas en coordenadas polares basándose en la trigonometría del cuadrado, contribuyendo a enriquecer el estudio de la trigonometría en la educación básica secundaria, puesto que éstas gráficas pueden tener una relación directa con la naturaleza.

Palabras clave

Trigonometría, Cuadrado, Funciones, Gráficas, Polares, Enseñanza

Abstract

Present an alternative study of trigonometry using the square instead of the unitary circle to definy the trigonometric functions. in the first part graphs and tables will show the new functions and you will be able to see the similitudes, advantages and disadvantages of the study in comparison with clasical trigonometry.on the second part, itll be presented the graph managment on polar cordinates using square trigonometry contributing to the enrichment of the high school teaching.

Key words

Trigonometry, Square, Function, Graph, Polar, high school teaching

Introducción

"La trigonometría es una de las ramas más versátiles de las matemáticas. Desde su invención en el viejo mundo ha sido importante tanto en aplicaciones teóricas cómo practicas..." [3]. Usualmente, en las aulas de clase se presenta la trigonometría basada en un circulo unitario y con éste se definen las funciones trigonométricas que son distintas a las polinómicas o racionales y tienen características especiales (periodo, máximos y mínimos infinitos, etc.). Este trabajo mostrará que el círculo no es el único sistema que se puede utilizar para desarrollar una trigonometría y se basará en un cuadrado de lados una unidad definiendo diferentes funciones mediante las relaciones existentes entre sus lados (análogo a como se definen las funciones en el círculo) se estudiarán algunos puntos notables para poder describir las gráficas de las nuevas funciones descubriendo características y similitudes con las funciones trigonométricas clásicas. Así, se abre un extenso camino por explorar, se pueden estudiar transformaciones de las nuevas funciones, identidades trigonométricas, ecuaciones trigonométricas y aplicaciones de la nueva trigonometría, entre otros.

En una segunda parte, se traslada la trigonometría del cuadrado al sistema de coordenadas polares y se comienza a estudiar las nuevas gráficas que se producen y las similitudes que éstas tienen con las resultantes de la trigonometría clásica. Se deja un espacio abierto en la enseñanza de estos dos temas para que el interesado explore y construya sistemas trigonométricos cambiando la base de su definición.

Cabe resaltar que se utiliza el programa Regla y Compás para realizar las construcciones de las gráficas de las funciones trigonométricas y polares en ambas trigonometrías, lo cual permite evidenciar propiedades de manera dinámica.

1. Trigonometría del cuadrado

En la nueva trigonometría se considera un cuadrado con centro en el origen cartesiano y lados paralelos a los ejes de 2 unidades cada uno. Un rayo *OR* se dibuja de manera análoga a la trigonometría circular y el punto *P(x,y)* es la intersección de *OR* con los lados del cuadrado. El ángulo θ se define con el eje positivo de x como el rayo inicial, el origen *O* como vértice y *OR* como rayo final.

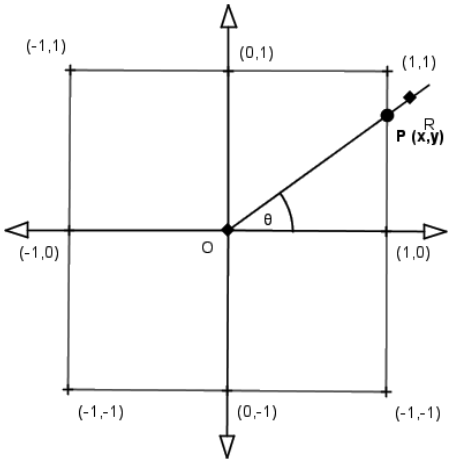


Fig. 1.Cuadrado de 2 unidades de lado

1.1 Puntos terminales

Para algunos ángulos notables se pueden hallar los puntos terminales *P(x,y)* viendo la gráfica del cuadrado unitario. Suponga que θ es un ángulo positivo que varía a razón de radianes, en la figura 2 se evidencia el punto determinado por cada ángulo, con lo cual se puede completar la tabla 1.

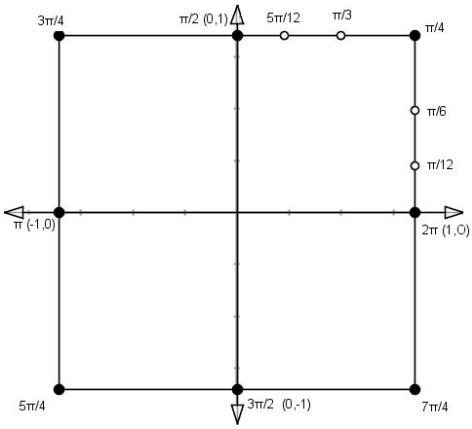


Fig 2. Cuadrado unitario en el cual se describen algunos ángulos notables y puntos terminales

θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
$P(x,y)$	$(1,0)$	$(0,1)$	$(-1,0)$	$(0,-1)$

Tabla 1. Puntos terminales.

A continuación, se mostrará cómo se halla algebraicamente el punto terminal de $\frac{\pi}{12}$ y $\frac{\pi}{6}$.

- Punto terminal de $\frac{\pi}{12}$.

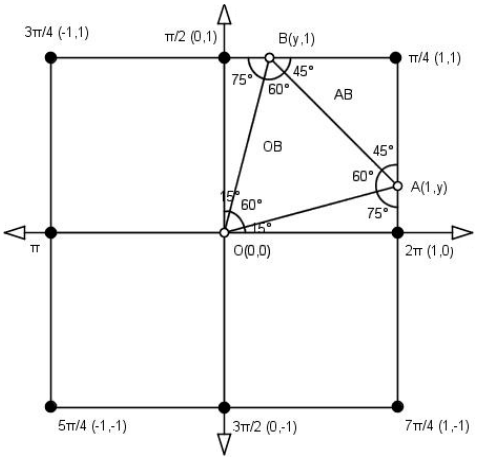


Fig. 3. Construcción para hallar el punto terminal

Se construye el ΔOAB con $O\ (0,0)$, $A(1,y)$ y $B(y,1)$ (fig. 3), es fácil demostrar que las medidas de los ángulos son iguales; es decir,

$$m\angle A = m\angle B = m\angle O = 60^o$$

entonces ΔOAB es equilátero y por consiguiente $AB = OB$. Se tiene que:

$$AB = \sqrt{y^2+1} \text{ y } OB = \sqrt{(y-1)^2+(1-y)^2}$$

Igualando las distancias se puede despejar y de la siguiente forma

$$\sqrt{y^2+1} = \sqrt{(y-1)^2+(1-y)^2}$$
$$y^2+1 = 2y^2-4y+2$$
$$y^2-4y+1=0$$
$$y_1 = 2+\sqrt{3} \quad , \quad y_2 = 2-\sqrt{3}$$

Como $-2 \le y \le 2$ se descarta la solución y_1 y se tiene que el punto terminal para $\frac{\pi}{12}$ es $A\left(1, 2-\sqrt{3}\right)$.

- Punto terminal de $\frac{\pi}{6}$.

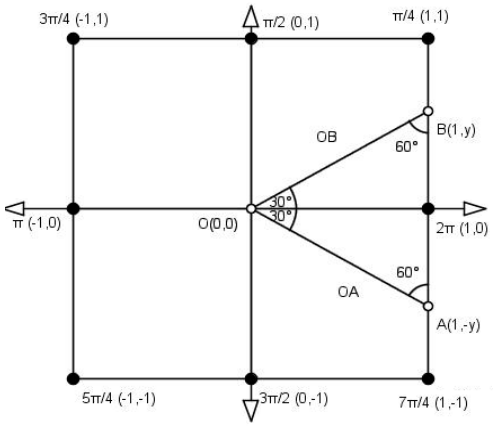


Fig. 4. Construcción para hallar el punto terminal

Se construye el ΔOAB con $O\ (0,0)$, $A(1,y)$ y $B(y,1)$ (fig. 4), es fácil demostrar que las medidas de los ángulos son iguales, es decir

$$m\angle A = m\angle B = m\angle O = 60^o$$

entonces ΔOAB es equilátero y por consiguiente $OA=OB$ Se tiene que:

$$OB = 2y \text{ y } OA = \sqrt{y^2+1}$$

Igualando las distancias se puede despejar y de la siguiente forma

$$2y = \sqrt{y^2+1}$$
$$4y^2 = y^2+1$$
$$y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad , \quad y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Se tiene que el punto terminal para

$$\frac{\pi}{6} \text{ es } A\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

Con los anteriores resultados, y teniendo en cuenta la simetría del cuadrado, se pueden hallar los puntos terminales de diferentes ángulos; a continuación, se presenta una tabla en donde se relacionan todos los puntos terminales cuando θ varía en razón de $\pi/12$ radianes.

θ	$P(x,y)$	θ	$P(x,y)$
0	$(1,0)$	π	$(-1,0)$
$\pi/12$	$(1, 2-\sqrt{3})$	$13\pi/12$	$(-1, -2+\sqrt{3})$
$\pi/6$	$\left(1, \sqrt{3}/3\right)$	$7\pi/6$	$\left(-1, -\sqrt{3}/3\right)$
$\pi/4$	$(1,1)$	$5\pi/4$	$(-1,-1)$
$\pi/3$	$\left(\sqrt{3}/3, 1\right)$	$4\pi/3$	$\left(-\sqrt{3}/3, -1\right)$
$5\pi/12$	$(2-\sqrt{3},1)$	$17\pi/12$	$(-2+\sqrt{3}, -1)$
$\pi/2$	$(0,1)$	$3\pi/2$	$(0,-1)$
$7\pi/12$	$(-2+\sqrt{3},1)$	$19\pi/12$	$(2-\sqrt{3}, -1)$
$2\pi/3$	$\left(-\sqrt{3}/3, 1\right)$	$5\pi/3$	$\left(\sqrt{3}/3, -1\right)$
$3\pi/4$	$(-1,1)$	$7\pi/4$	$(1,-1)$
$5\pi/6$	$\left(-1, \sqrt{3}/3\right)$	$11\pi/6$	$\left(1, -\sqrt{3}/3\right)$
$11\pi/12$	$(-1, 2-\sqrt{3})$	$23\pi/12$	$(1, -2+\sqrt{3})$
π	$(-1,0)$	2π	$(1,0)$

Tabla 2. Puntos terminales de ángulos notables

1.2 Funciones Trigonométricas[1]

Definimos las funciones trigonométricas relacionando las coordenadas de *P(x,y)* de la siguiente manera:

a) $\text{Csin}\theta = x + y$ b) $\text{Ccos}\theta = x - y$

c) $\text{Ctan}\theta = (\text{Csin}\theta)(\text{Ccos}\theta) = x^2 - y^2$

[1]Para diferenciar las nuevas funciones trigonométricas de las usadas normalmente se antepone la letra "C", quedando las funciones Csin, Ccos y Ctan. La definición de Csin es la suma de las coordenadas del punto, la de Ccos es la resta de las coordenadas y la de Ctan es la multiplicación de las funciones Csin y Ccos.

En la tabla 2 se tienen las coordenadas del punto terminal dado el ángulo θ , esta información se puede utilizar para hacer un bosquejo de las funciones *C*sinθ y *C*scosθ con θ variando a razón de $\pi/12$ radianes.

- *C*sinθ=*x*+*y*

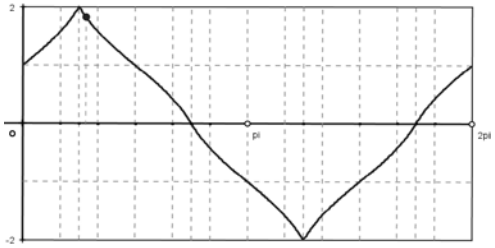


Fig. 4. Gráfica de la función ***CsinN***

La función *C*sinθ tiene un periodo de 2π , su Dominio es todos los Reales y el Rango es [-2,2] , a diferencia de la función sinθ ésta no es una función impar, ya que se desplaza π/4 a la izquierda; además, sus rangos son diferentes (esto se debe a que el lado del cuadrado unitario mide 2). También, como se ve en la gráfica, los máximos y mínimos son picos y esto hace que no sea derivable en esos puntos. Las semejanzas con sinθ es que tienen el mismo periodo, tienen infinitos ceros, máximos y mínimos (aunque por la rotación no son los mismos).

- *C*cosθ=*x*-*y*

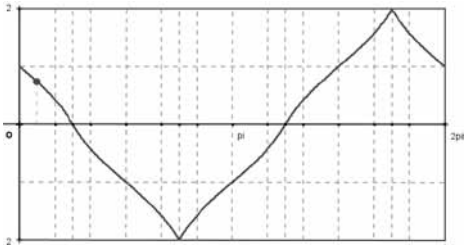


Fig. 4. Gráfica de la función ***CcosN***

La función *C*cosθ tiene un periodo de 2π, su Dominio es todos los Reales y el Rango es [-2,2], a diferencia de la función cosθ ésta no es una función par, ya que está desplazada π/4 a la izquierda (igual que *C*sinθ); además, sus rangos son diferentes. También, como se ve en la gráfica, sus máximos y mínimos son picos y esto hace que no sea derivable en esos puntos. Las semejanzas con cosθ es que tienen el mismo periodo, tienen infinitos ceros, máximos y mínimos (aunque por la rotación no son los mismos).

Con base en la información anterior, se invita al lector interesado a estudiar la función *C*tanθ y las funciones inversas, explorar los Dominios y Rangos, determinar nuevas

identidades, desarrollar ecuaciones, investigar aplicaciones, gráficas y trasformaciones, y analizar cómo se comportan éstas en comparación con las funciones trigonométricas del círculo.

2. Gráficas en coordenadas polares con trigonometría del cuadrado

Recordemos que un sistema de coordenadas polares utiliza distancias y direcciones para dar la ubicación de un punto en el plano. Se elije un punto fijo O llamado el polo y se dibuja desde O una semirrecta, llamada eje polar. Para cada punto P se asignan coordenadas polares P (r , A).

Las funciones de la trigonometría del cuadrado se pueden representar en coordenadas polares utilizando las definiciones anteriormente vistas.

A continuación, se estudiarán algunos tipos de ecuaciones polares utilizando funciones trigonométricas en la trigonometría del cuadrado.

2.1 Ccírculos

Las ecuaciones polares generales de este tipo son:

$$r = kC\sin\theta \ , \quad r = kC\cos\theta$$

Donde k es una constante. Dan como resultado *pétalos* rotados 45°, a medida que k aumenta la longitud del pétalo, también lo hace (fig. 6).

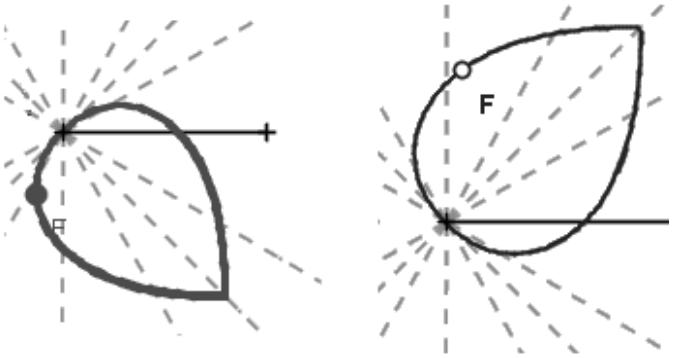


*Fig. 6. Pétalos con **k** = 1. A la izquierda r = **C**cosθ y a la derecha r = **C**cosθ*

2.2 Ccardioides

Las ecuaciones polares generales de este tipo son:

$$r = C\sin\theta + b \ , \quad r = C\cos\theta + b$$

La constante desplaza la función en coordenadas cartesianas b unidades verticalmente.
En coordenadas polares la constante $b \neq 0$ deforma el pétalo; si $|b| < 2$ se crea un "hijo" cuya longitud varía a medida que b lo hace y la longitud del pétalo es mayor entre más cerca esté b de 2 (fig. 7).

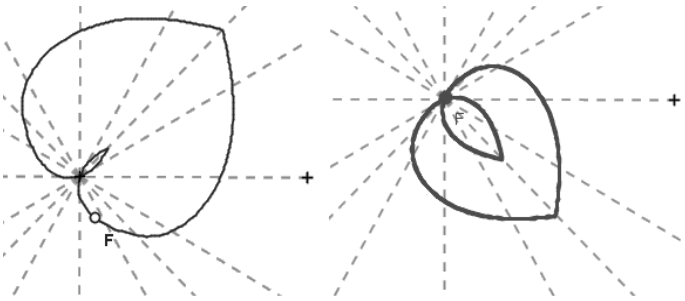


Fig. 7: CCardioides con | b |< 2 : a la izquierda r = Csinq + 1.5 y a la derecha r = Ccosq -0.4

Cuando $|b| = 2$ la longitud del Ccardioide es 2 (suponiendo que $k = 1$) (fig. 8).

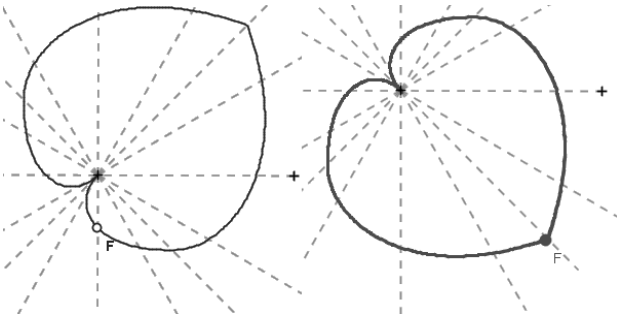
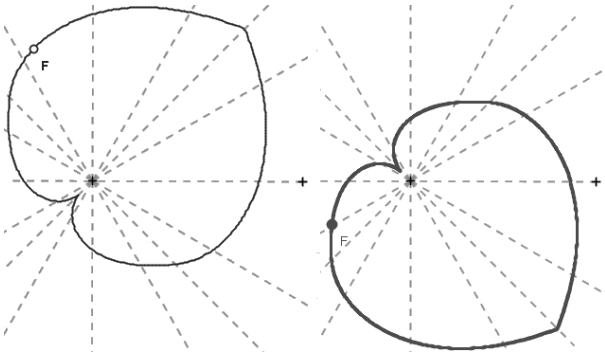


*Fig. 8: CCardioides con | **b** |= 2 : a la izquierda **r** = **C**sinθ + 2 y a la derecha **r** = **C**cosθ +2*

Si $|b|>2$ se deforma el Ccardioide, pero en vez de aparecer un "hijo", el punto que estaba en el centro polar se aleja de éste y la longitud crece a medida que $|b|$ lo hace (fig. 9).



2.3 CFlores

Las ecuaciones polares generales de este tipo son:

$$r = C\sin(k\,\theta) + b \;,\quad r = C\cos\theta\,(k\,\theta) + b$$

El comportamiento de la constante b es el mismo al presentado en los Ccardioides y dependiendo de si $|b|<2$, $|b|=2$ o $|b|>2$ las flores tienen pétalos pequeños o hijos; no tienen y los pétalos están en el centro polar, o tiene pétalos que no están en el centro polar y se agrandan a medida que $|b|$ crece.

El comportamiento de k ($k \in \theta$) depende de si es par o impar y rota la flor dependiendo del valor que tome. En coordenadas cartesianas, k modifica el periodo de la función, en coordenadas polares k modifica el número de pétalos de la gráfica polar.

- Si $|b|\geq 2$ resulta una flor con k pétalos y la longitud depende de $|b|$ (Fig. 10).

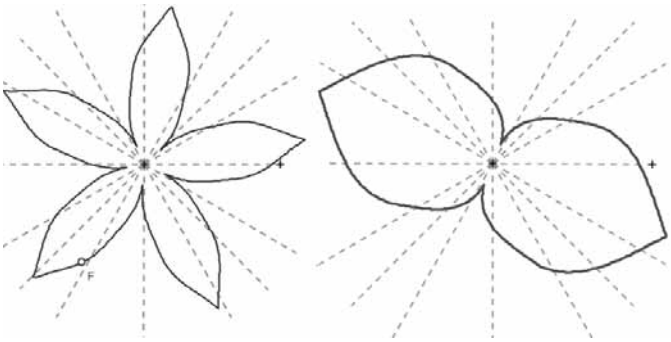


Fig. 10: Cflores a la izquierda $\mathbf{r} = \mathbf{C}\sin 5\theta - 2.3$ *y a la derecha* $\mathbf{r} = \mathbf{C}\cos 2\theta + 2.4$

- Si $|b|<2$ y k es par resulta una flor con $2k$ pétalos con diferentes longitudes (k pétalos tienen longitud m y k pétalos tienen longitud n) (Fig. 11).

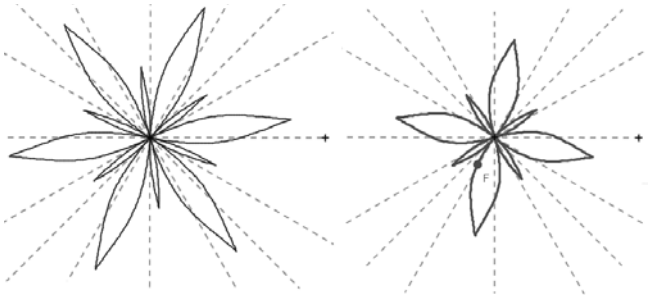


Fig. 11: Cflores a la izquierda $\mathbf{r} = \mathbf{C}\sin 6\theta - 0.6$ *y a la derecha* $\mathbf{r} = \mathbf{C}\cos 4\theta + 0.8$

- Si $|b|<2$ y k es impar, resulta una flor con k pétalos y k "hijos" que están adentro de cada pétalo (k pétalos tienen longitud m y k "hijos" tienen longitud n) (Fig. 12).

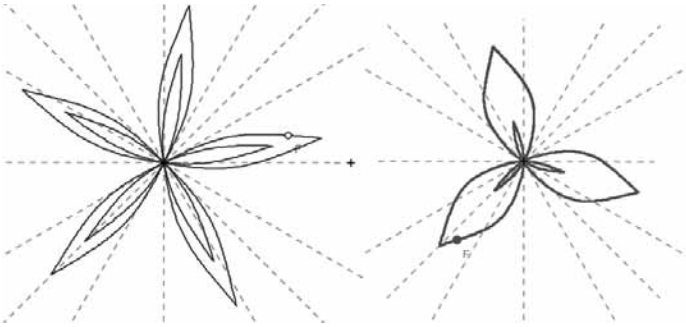


Fig. 12: Cflores a la izquierda $r = C\sin 5q + 1.6$ *y a la derecha* $r = C\cos 3q + 0.3$

3. Conclusiones

Generalmente, el en currículo de la educación media se aborda el amplio concepto de trigonometría, lo que se presenta en este artículo es un abrebocas en el cual se cambia la forma de definir y construir las funciones trigonométricas, explorando una trigonometría análoga a la convencional. Se invita al lector a jugar con estas nuevas funciones, hacer transformaciones, cambiar periodo, ampliar rango y combinarlas para crear nuevas, estudiar las funciones inversas y descubrir características y similitudes con las convencionales, pensar si las identidades conocidas se cumplen en este nuevo sistema, crear más identidades y demostrarlas, resolver sistemas de ecuaciones y usarlas en la solución de problemas de medidas o de triángulos.

No siempre en el currículo de la educación básica o media se presentan temas de representaciones gráficas en diferentes coordenadas y generalmente se trabaja las coordenadas polares; las gráficas de las ecuaciones polares en donde se involucran las nuevas funciones trigonométricas dan Cflores más similares a las flores de la naturaleza que las que dan al trabajar con las funciones convencionales. Este tema solo mostró una pequeña parte dejando mucho por estudiar; como por ejemplo, rotar las gráficas o hacer ecuaciones polares en las cuales intervengan varias funciones trigonométricas, esto queda al interés del lector.

Bibliografía

1. Bautista, L. Molina. J.(2006). *"Trigonometría del Cuadrado"*. Memorias XVII Encuentro de Geometría y sus aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional.
2. Biddle, J.(1967). "*The square function: An abstract system for trigonometry".* The Mathematics Teacher, Vol. LX, Número 2, 121-123.
3. Stewart, J. (2006). *Precálculo*. Cuarta Edición. Editorial Thomson.

Estilos de aprendizaje de estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

María Guadalupe Amado Moreno
Reyna Arcelia Brito Páez
Ángel García Velázquez

Instituto Tecnológico de Mexicali, México

lupitaamado@hotmail.com
rbrito39@hotmail.com
angel.g20@hotmail.com

María Teresa Guerrero Fernández
Carmen Beatriz Cuervo Arias

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja

lmarteitaz@hotmail.com

Resumen

Con el propósito de identificar la relación que existe entre los estilos de aprendizaje y el aprovechamiento académico de estudiantes de dos instituciones de educación superior de América Latina, se presenta la primera parte de un proyecto; en esta se exploraron los estilos de aprendizaje que tienen los estudiantes de nuevo ingreso del Instituto Tecnológico de Mexicali (ITM), México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, sede Tunja en el semestre 2008-2. Para conocer los estilos de aprendizaje se aplicó el cuestionario de Richard M. Felder y Barbara A. Soloman de la Universidad Estatal de Carolina del Norte, que permite saber qué tan activo, reflexivo, intuitivo, sensorial, verbal, auditivo, secuencial y global es una persona. Los resultados indican que la diferencia más notable en los estilos de aprender de los estudiantes del ITM, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, sede Tunja, se presentó en los estilos de aprender sensorial e intuitivo. Al hacer la comparación, los estudiantes del ITM son 77% sensoriales y los de la UPTC 27%; a su vez, los estudiantes de la UPTC son 73% intuitivos y los del ITM 23%. Al comparar los estilos de aprender, exclusivamente de los estudiantes de ingeniería de ambas instituciones, no se observaron diferencias notables.

Palabras clave

Estilos de aprendizaje, aprovechamiento, México, Colombia.

Abstract

In order to identify the relationship between learning styles and academic achievement of students from two institutions of higher education in Latin America, presents the first part of a project on this is explored learning styles have new students of the

Instituto Tecnológico de Mexicali (ITM), México and the Pedagogical and Technological University of Colombia in Tunja in the semester 2008-2. For a learning styles questionnaire was applied to Richard M. Felder and Barbara A. Soloman State University North Carolina, which lets you know how active, reflective, intuitive, sensory, verbal, auditory, sequential and comprehensive is a person. The results indicate that the most notable difference in learning styles of students from the ITM, México and the Pedagogical and Technological University of Colombia in Tunja, appeared on sensory learning styles and intuitive. In making the comparison, ITM students are 77% of sensory and 27% UPTC turn UPTC students are intuitive and 73% ITM 23%. Comparing learning styles exclusively from engineering students from both institutions there were no notable differences.

Key words

Learning styles, academic achievement, Mexico, Colombia.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje depende fuertemente de la influencia del profesor, de sus alcances, del dominio de su materia, del ámbito de su competencia, del método pedagógico, pero también de su estilo muy particular de enseñanza. En este punto, resulta que los estudiantes también tienen sus características propias de aprendizaje; es decir, cada uno posee su manera particular de aprender o estilo de aprendizaje. Estas características han sido discutidas con anterioridad (Felder, 1988) y revelan los distintos modos que las personas tenemos de visualizar, de captar y percibir el mundo físico, de las diferentes habilidades y que ponemos en juego cuando de aprender se trata. Estas características se poseen desde el nacimiento y diferencian a un individuo de otro. Por esta razón, se puede identificar a una persona como intuitiva, sensorial, activa, reflexiva, visual, verbal, secuencial, global, etc. Cada una de estas características se manifiesta con diversos matices en cada uno de nosotros y la forma y eficiencia con que se utilizan en el aprendizaje nos definen individualmente. De acuerdo con Felder (1998) y Pérez (1995) se requiere hacer compatibles los estilos de aprendizaje de los estudiantes con los estilos de enseñanza de los profesores. Mientras más cercanos se hallen estos, mejor será el rendimiento de los estudiantes. Para ello, en primer lugar, el profesor debe tener muy claro cuál es su estilo natural de enseñanza (intuitivo, sensorial, deductivo, visual, verbal, global, secuencial, etc.) para que pueda adaptarse a su grupo. Por otra parte, deberá conocer las características de los estudiantes con respecto a sus estilos de aprendizaje (intuitivo, sensorial, visual, verbal, deductivo, global, secuencial, etc.) identificar quiénes hacen mayoría, quiénes los que difieren de las cualidades promedio, etc. En función de esto se podrán determinar y adecuar las mejores opciones de enseñanza y aprendizaje que tomen en cuenta tanto las características del profesor como las de sus estudiantes. Conocer el estilo con el cual se aprende permite al estudiante capitalizar su fortaleza cuando se concentra en el aprendizaje de material académico nuevo o difícil, por su parte, el profesor podrá utilizar los estilos de aprendizaje como una base sólida en la preparación de sus programas académicos.

1. ANTECEDENTES

En México y Colombia la Educación Superior se ofrece a los jóvenes a través de instituciones privadas y públicas. Cada una atiende a cierto sector de la población; sin embargo los problemas que se presentan en los procesos de enseñanza y aprendizaje no difieren mucho entre los países latinoamericanos, al menos eso dicen los estudiosos del tema.

En un intento por conocer si existen diferencias o similitudes entre los jóvenes de dos países como México y Colombia, es que se plantea este estudio, cuyo propósito es identificar los estilos de aprendizaje de estudiantes mexicanos y colombianos. El estudio se realiza en una Institución de Educación Superior pública en México que es el Instituto Tecnológico de Mexicali y en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) con sede en Tunja.

1.1 Instituto Tecnológico de Mexicali

El Instituto Tecnológico de Mexicali (ITM) es una institución de Educación Superior Pública que pertenece al Sistema Nacional de Educación Superior Tecnológica del país y se encuentra Certificado en ISO 9001:2000/NMX-CC-9001-IMNC-2000.

El ITM se encuentra ubicado en Mexicali, Baja California, México, e inició actividades el 19 de octubre de 1981. Ofrece las carreras de Ingeniería Eléctrica, Electrónica,

Industrial, Sistemas Computacionales, Mecánica, Química y Mecatrónica, las Licenciaturas en Informática y Contaduría, así como la maestría en Ingeniería Electrónica. La población estudiantil del ITM a septiembre de 2008 fue de 2689 estudiantes en las diferentes carreras que oferta y la matrícula de nuevo ingreso del semestre 2008–2 fue de 779 estudiantes (Fuente: Estadística básica del ITM).

1.2 La Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

El 10 de octubre de 1953 se expidió el decreto 2655, mediante el cual se creó la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) con sede en Tunja. La UPTC es un ente universitario autónomo, de carácter nacional y público, con sede y domicilio principal en Tunja y sedes seccionales en Duitama, Sogamoso y Chiquinquirá. Asimismo, tiene programas en Yopal, Garagoa, Puerto Boyacá y Soatá (HYPERLINK "http://www.uptc.edu.co/"http://www.uptc.edu.co/ , 1 de agosto de 2008).

La población estudiantil de la UPTC, a septiembre de 2008, fue de 22874 estudiantes en las diferentes carreras que oferta en todas sus sedes y la matrícula de nuevo ingreso de la sede Tunja del semestre 2008–2 fue de 405 estudiantes (Fuente: Escuela de Matemáticas y Estadística, Facultad Ciencias Básicas).

1.3 Justificación

A través de la experiencia como docentes en las carreras de ingeniería, se ha observado que los estudiantes aprenden de diferente manera y qué estrategias de enseñanza funcionan con un grupo de estudiantes y con otro no, de tal forma que se decidió realizar esta investigación para conocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes de primer semestre del ITM y la UPTC sede Tunja del ciclo escolar 2008-2.

Los resultados permitirán conocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes y de esta forma el profesor tendrá una base para proponer y elaborar estrategias generales de enseñanza y aprendizaje en sus programas académicos. Al conocer sus formas de aprender, el estudiante podrá capitalizar sus fortalezas cuando se concentre en el aprendizaje de material académico nuevo o difícil.

1.4 Planteamiento del problema

Muchas son las interrogantes que surgen sobre los estilos de aprendizaje, ¿cuáles predominan al iniciar los estudios de licenciatura? ¿Los estudiantes de una institución mexicana son diferentes a los de Colombia? ¿Sus estilos de aprendizaje son diferentes? ¿Qué puede hacer un académico una vez que conoce los estilos de aprendizaje de sus estudiantes? ¿Serán capaces los académicos de sacar provecho a los estilos de aprendizaje de sus estudiantes? ¿La globalización ha hecho que los jóvenes aprendan de la misma manera? ¿Cuáles son los aspectos que más influyen para que predomine un estilo de aprendizaje?

Por lo anterior, y para guiar esta investigación, se ha planteado la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los estilos de aprendizaje de los estudiantes de nuevo ingreso del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia sede Tunja en el semestre 2008-2?

1.5 Objetivo General

Conocer los estilos de aprendizaje que tienen los estudiantes de nuevo ingreso del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia sede Tunja en el semestre 2008-2.

1.6 Hipótesis

Las hipótesis ha comprobar fueron:
H1: El estilo de aprendizaje de los estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali es diferente a los de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia sede Tunja.
H2: Los estudiantes del ITM y de la UPTC son visuales.
H3: El género influye en la forma de aprender de los estudiantes del ITM y de la UPTC.

2. MARCO TEÓRICO

Es importante conocer a nuestros estudiantes; cómo aprenden, cuáles son las materias que más les gustan, qué hace que sus clases les parezcan interesantes o amenas, en fin, a veces preocuparnos y ocuparnos de ellos puede hacer la diferencia, sobre todo en los niveles básicos, por que es ahí donde se siembra la semilla y el gusto por las ciencias en general.

En Estados Unidos de Norteamérica, Richard M. Felder y Barbara A. Saloman de la Universidad Estatal de Carolina del Norte han realizado estudios sobre la forma de aprender y han creado un cuestionario para conocer dichos estilos. En México, algunas instituciones, como la Universidad Autónoma de Baja California y el Instituto Tecnológico de Mexicali, han trabajado en los estilos de aprender de los estudiantes. Los trabajos se encuentran reportados en diversos foros y revistas.

La definición tomada de Alonso (1997) y propuesta por Keefe (1988) nos dice que "los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje".

Existen diversas clasificaciones de los estilos de aprendizaje, en esta investigación nos basamos en la de Felder y Soloman, la cual clasifica en 4 apartados a los aprendices: Activos y reflexivos, sensitivos e intuitivos, visuales y verbales, y secuenciales y globales (Felder, 1993).

Los estudiantes secuenciales o receptivos o inductivos, son quienes aprenden de lo particular a lo general, paso a paso; globales o transformadores o deductivos son los que aprenden de lo general a lo particular, para entender algo primero deben tener la idea general de los que se quiere y luego estructuran el conocimiento.

La característica principal del estudiante sensitivo, sensorial o kinestésico es ser concretos, prácticos, guiados hacia los hechos y los procedimientos, tienen un alto nivel de energía para hacer cosas que son pragmáticas, lógicas y útiles; contrario a los intuitivos que son más orientados hacia las teorías, conceptuales e innovadores.

Los visuales prefieren recibir la información a través de gráficos, películas, cuadros o diagramas de flujo, contrario a los verbales o auditivos que manifiestan una abierta preferencia a las explicaciones escritas o habladas.

Manipulando los objetos y trabajando con otros es la forma de aprender de los estudiantes activos, mientras que los reflexivos aprenden pensando acerca de las cosas y trabajando aislados o solos. (HYPERLINK "http://cs.uns.edu.ar/jeitics2005/Trabajos/pdf/03.pdf" \l "search='felder y silverman"http://cs.uns.edu.ar/jeitics2005/Trabajos/pdf/03.pdf#search='felder%20y%20silverman', Sept. 2006)

3. METODOLOGÍA

Para conocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes se seleccionó el cuestionario de Richard M. Felder y Barbara A. Soloman de la Universidad Estatal de Carolina del Norte, el cual fue validado en 2005 (ver anexo).

Se aplicó en ambas instituciones de Educación Superior a los estudiantes de nuevo ingreso del ciclo escolar 2008-2. La muestra en el Instituto Tecnológico de Mexicali fue de 427 estudiantes que representa el 54.8% % de la matrícula, en la UPTC sede Tunja, la muestra fue de 314 estudiantes que representó el 77.5% de la matrícula. De la muestra del ITM el 73% fue de estudiantes masculinos y el 23% femenino, en la UPTC el 55% fue de estudiantes masculinos y el 45% femenino.

Los estudiantes encuestados en el ITM fueron de las carreras de Ingeniería Electrónica (7%), Ingeniería en Sistemas Computacionales (17%), Ingeniería Industrial (41%), Ingeniería Mecatrónica (18%), Ingeniería Química (9%), Licenciatura en Contaduría (4%) y Licenciatura en Informática (4%).

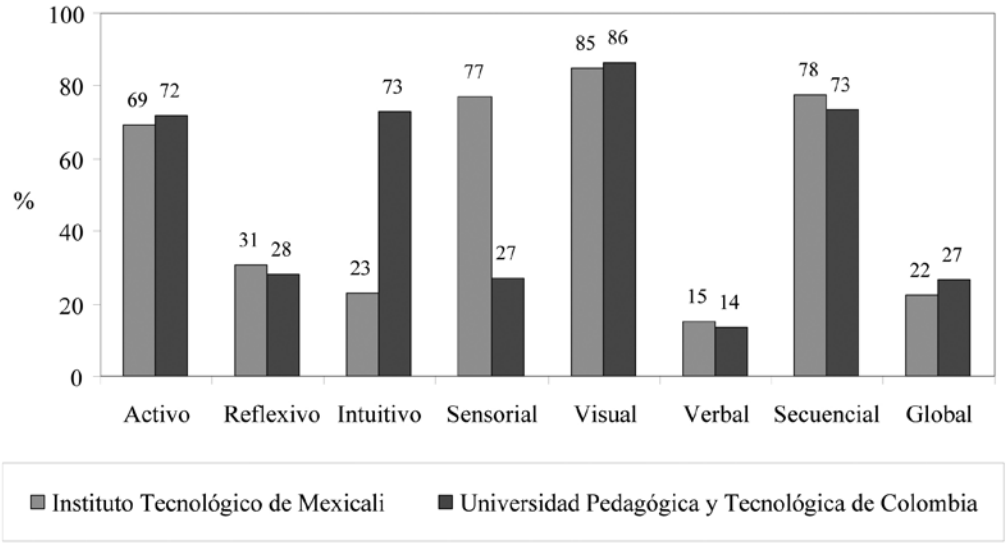
En la UPTC se encuestaron estudiantes de las carreras de Ingeniería Civil (13%), Ingeniería en Metalurgia (10), Ingeniería en Sistemas Computacionales (5%), Ingeniería en Transporte y Vías (2%), Biólogo (6%), Ciencias Naturales (11%), Licenciado en Economía (13%), Licenciado en Matemáticas (32%), Matemáticas (23%) y Licenciado en Psicología (4%). El 83% de los encuestados en el ITM son de carreras de ingeniería y en la UPTC el 30%.

Se elaboró una base datos para capturar las respuestas de las 44 preguntas del cuestionario, de la cual se obtuvo información para contestar las hipótesis del proyecto. Finalmente, se realizó un análisis descriptivo de los datos y se elaboraron los gráficos que se muestran.

4. RESULTADOS

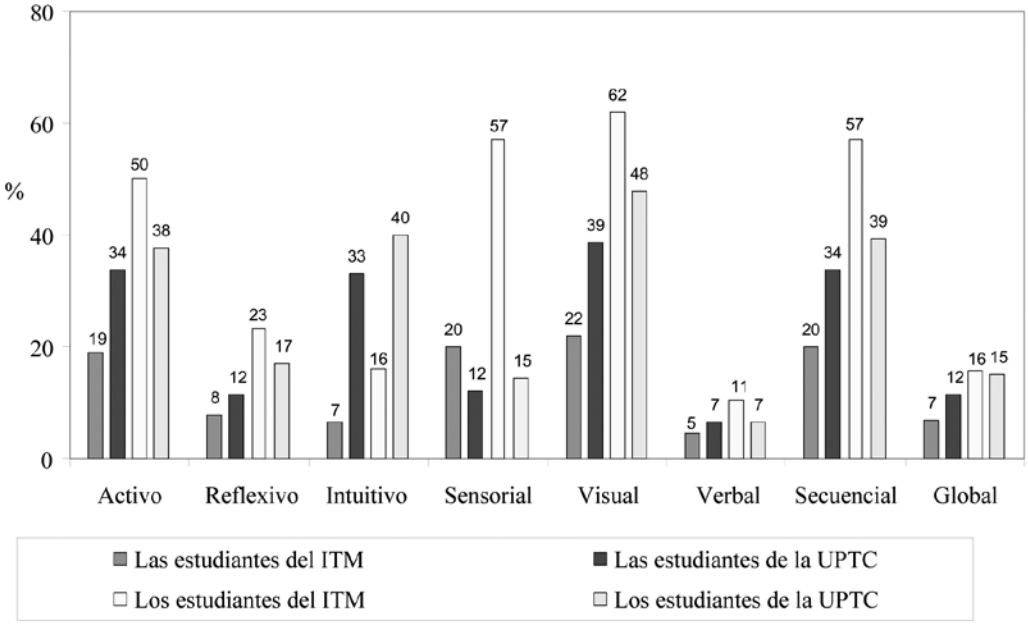
En gráfica 1 infra. se muestra la comparación entre los estilos de aprendizaje de los estudiantes de las dos instituciones, se nota una similitud en casi todos, excepto en lo relativo a los estilos intuitivo y sensorial; en el Instituto Tecnológico de Mexicali son 77% sensoriales mientras que en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia lo es el 27%; en cambio, el 73% de los estudiantes de la UPTC es intuitivo, mientras que en el ITM solo lo son el 23%.

Gráfica 1: Estilos de aprender de los estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja



En gráfica 2 infra. se observa el estilo de aprender por género. Los estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, comparado con el de las estudiantes, es más visual, sensorial, activo y secuencial. Mientras que los estudiantes de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja, puede verse que son más intuitivos, visuales, activos y secuenciales que sus compañeras. Los estudiantes de la UPTC son 40% intuititvos, 39% secuenciales; en comparación, los del ITM son 16% intuitivos y 57% secuenciales. A su vez, las estudiantes de la UPTC son 33% intuitivas y 34% secuenciales, en comparación con las del ITM que son 7% intuitivas y 20% secuenciales.

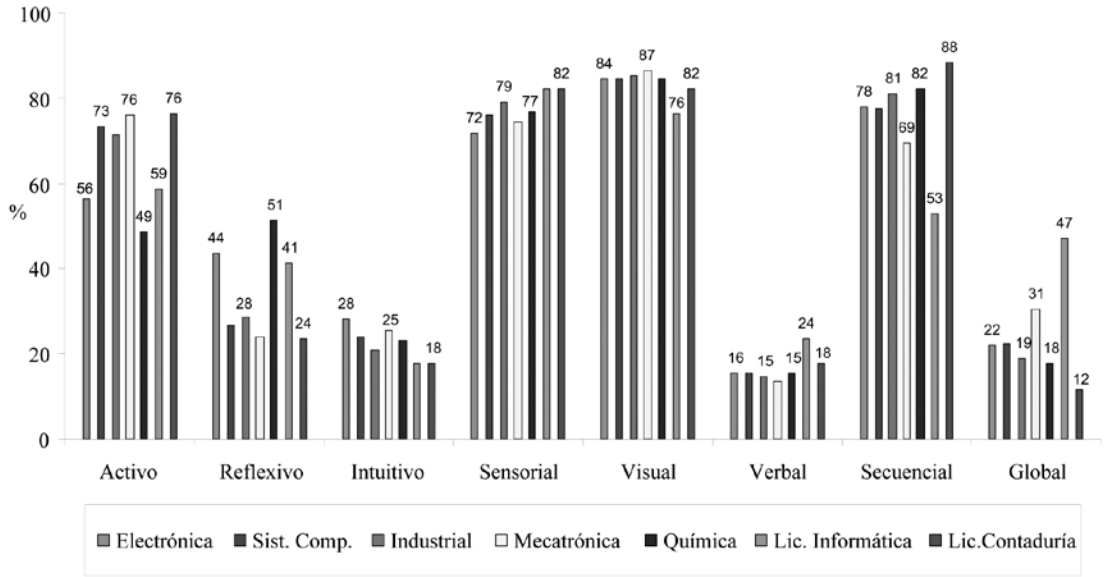
Gráfica 2: Estilos de aprender de los y las estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja



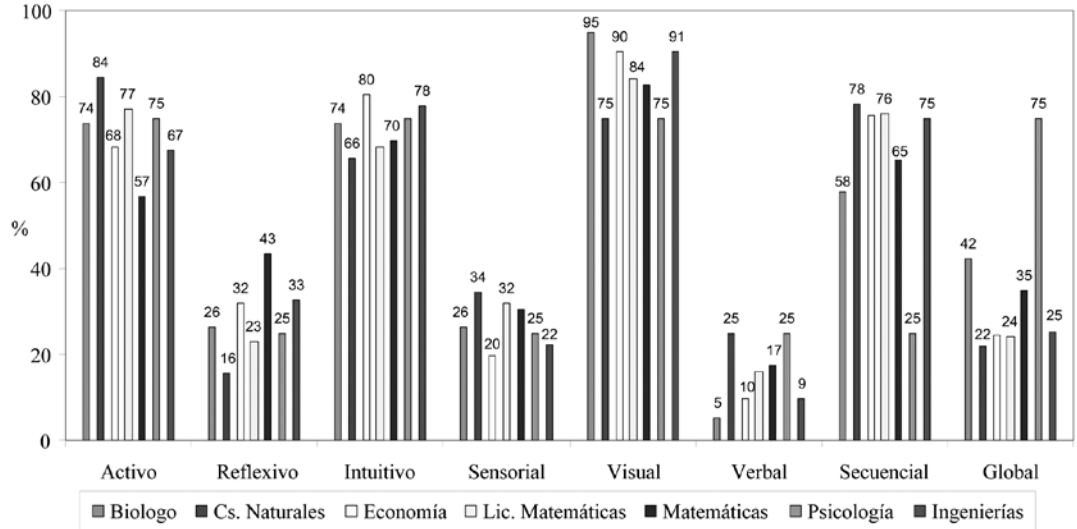
Los estilos de aprender de los estudiantes del ITM por carrera se muestran en la gráfica 3 infra. y puede observarse que en promedio el estudiantado de las carreras de ingeniería del ITM es 85% visual, 78% secuencial, 76% sensorial y 65% activos, así como los estudiantes de la licenciatura en contaduría son 82% visual, 88% secuencial, 82% sensorial y 76% activos; en comparación, los de la licenciatura en informática son menos visuales y secuenciales. En particular, los estudiantes de la licenciatura en informática son más verbales y globales.

En gráfica 4 infra. se observa que los estudiantes colombianos de las carreras de ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia son 91% visuales y 75% secuenciales; a su vez, los estudiantes colombianos de las otras licenciaturas son 84% visuales y 63% secuenciales. Es interesante observar que los estudiantes colombianos de psicología son 75% intuitivos y globales.

Gráfica 3: Estilos de aprender por carrera de los estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México

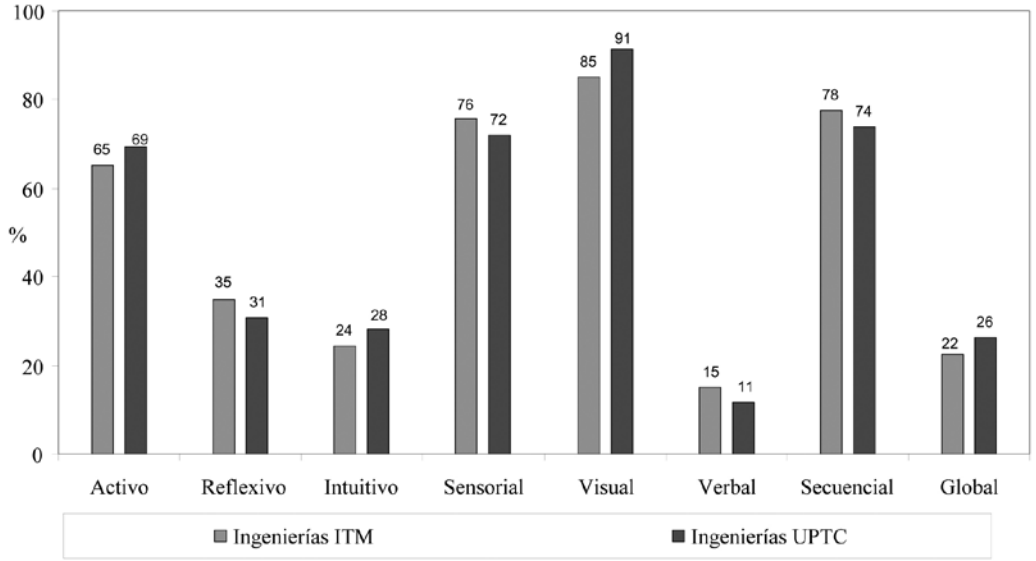


Gráfica 4: Estilos de aprender por carrera de los estudiantes de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja.



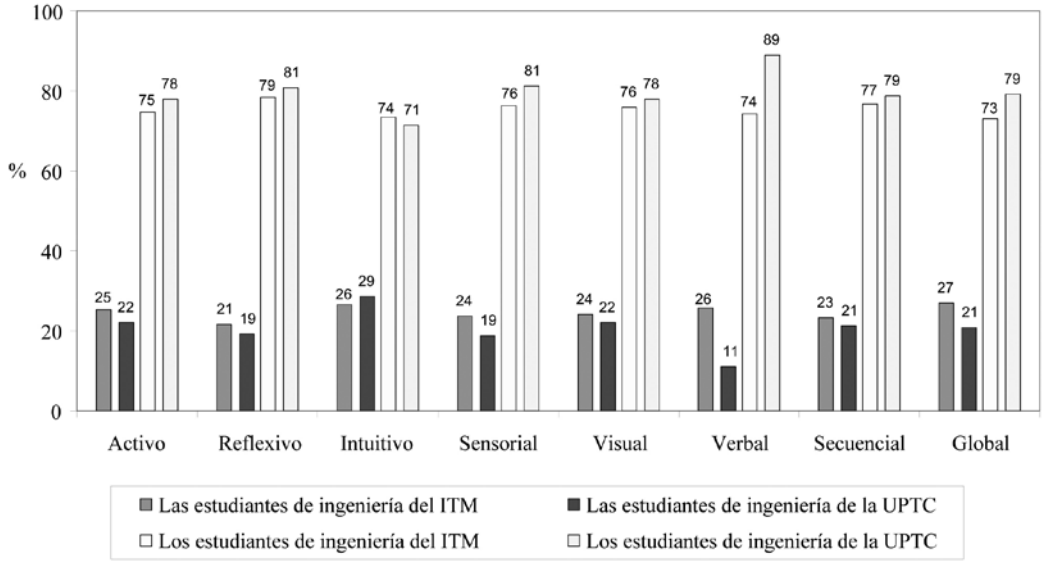
Se observa en gráfica 5 infra. que los estudiantes de ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia son en promedio 91% visuales, 74% sensoriales, 72% secuenciales y 69% activos. Es interesante observar que no hubo ningún estudiante de ingeniería de transporte y vías con estilo verbal, del mismo modo que el 100% de ellos es visual.

Gráfica 5: Estilos de aprender de los estudiantes de las carreras de ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja.



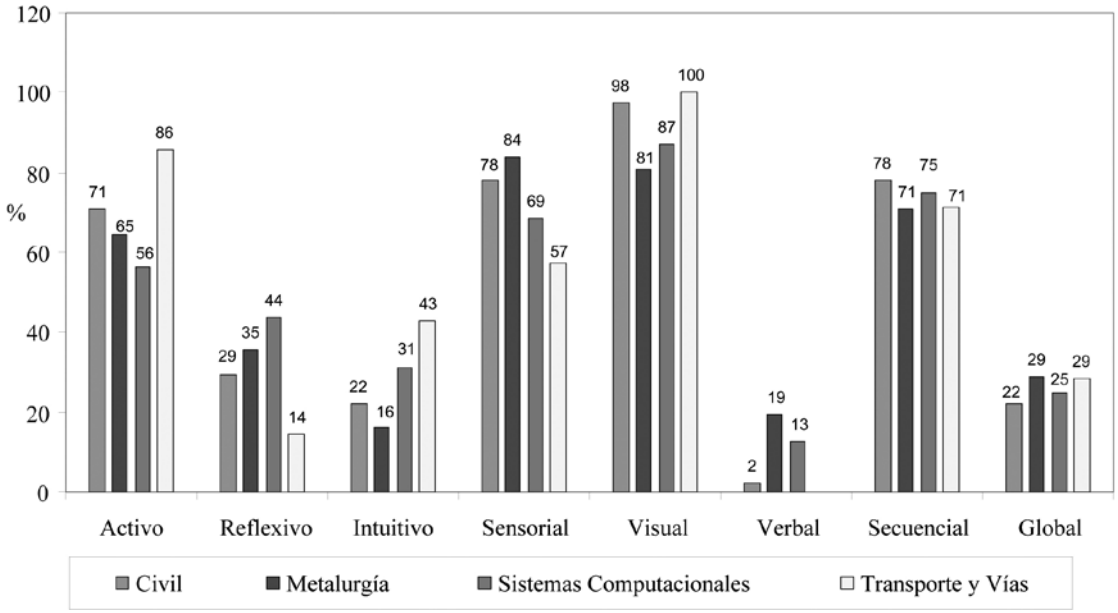
En gráfica 6 infra. se observa que los estudiantes de ambas instituciones presentan estilos de aprender muy parecidos; sin embargo, son más activos que reflexivos, sensoriales que intuitivos, visuales que verbales, secuenciales que globales.

Gráfica 6: Estilos de aprender de los estudiantes de Ingeniería del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja



En gráfica 7 infra. se observa que en los estudiantes de ingeniería de ambas instituciones predominan los estilos de aprendizaje activo, reflexivo, intuitivo, sensorial, visual, verbal, secuencial y global, a diferencia de las estudiantes de ingeniería que lo son en menor porcentaje.

Gráfica 7: Estilos de aprender de los y las estudiantes de Ingeniería del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Tunja



5. CONCLUSIONES

La diferencia más notable en los estilos de aprender de los estudiantes del Instituto Tecnológico de Mexicali, México y de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, sede Tunja, se presentó en los estilos de aprender sensorial e intuitivo. Al hacer la comparación, los estudiantes del ITM son 77% sensoriales y los de la UPTC 27%; a su vez, los estudiantes de la UPTC son 73% intuitivos y los del ITM 23%. La diferencia podría deberse a que la mayoría de los estudiantes encuestados del ITM son de ingeniería y los de la UPTC no.

Al comparar los estilos de aprender exclusivamente de los estudiantes de ingeniería de ambas instituciones, no se observaron diferencias notables. En ambas instituciones los estudiantes encuestados son aproximadamente 85% visuales, más que verbales.

Los estudiantes de ingeniería de la UPTC (91%) son más visuales que los del ITM (85%). Los estudiantes del ITM son 57% sensoriales y secuenciales, en comparación con los de la UPTC que son 15% sensoriales y 39% secuenciales. Las estudiantes de la UPTC son 33% intuitivas y 34% secuenciales, en comparación con las del ITM que son 7% intuitivas y 20% secuenciales.

En los estudiantes de ingeniería de ambas instituciones predominan más que en las estudiantes de ingeniería los estilos de aprendizaje activo, reflexivo, intuitivo, sensorial, visual, verbal, secuencial y global.

Bibliografía

Alonso, Catalina M., Gallego, Domingo J. y Honey, Meter (1997). *"Los Estilos de Aprendizaje"*. Ediciones Mensajero. Séptima edición. ISBN 978-84-271-1914-7.

Felder, Richard and Silverman, L. K. (1988). *"Learning and Teaching Styles in Engineering Education"*, Engineering Education. 78 (7), pp. 674-681.

Felder, Richard and Spurlin, Joni (2005). *"Applications, Realiability and validity of the Index of Learning Styles".* Great Britain. Int. J. Engng. Ed. Vol. 21 No. 1 pp 103-102.

Felder, Richard (1990). *"Meet your Students"*, Chemical Engineering Education, 24 (1), pp. 7-8, Pérez Tello, Carlos (1995). "Cuestión de Estilo: Enseñanza-aprendizaje en las carreras de ingeniería", Semillero, No. 9, pp. 40-44.

Materiales de la Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Ciencias, Primera Generación, (1999). *Materia Métodos y Estrategias de Enseñanza*. Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica.

Felder, Richard y Barbara A. Soloman (1993). *"Estilos de aprendizaje y estrategias"*. Traducido por Leonel Magaña Mendoza del Instituto Tecnológico de Morelia.

Documentos Electrónicos:

http://cs.uns.edu.ar/jeitics2005/Trabajos/pdf/03.pdf#search='felder%20y%20silverman', "Los estilos de aprendizaje y el desgranamiento universitario en carreras de informática". Nancy Figueroa, Zulma Cataldi, Pablo Méndez, Juan Rendón Zander, Guido Costa, Fernando Salgueiro, Fernando Lage. LIEMA - Laboratorio de Informática Educativa y Medios Audiovisuales (HYPERLINK "mailto:liema@fi.uba.ar"liema@fi.uba.ar). Facultad de Ingeniería Universidad de Buenos Aires. Paseo Colón 850 Ciudad Autónoma de Bs. As., Septiembre de 2006.

http://www.uptc.edu.co/ , 1 de agosto de 2008.

http://pcazau.galeon.com/guia_esti01.htm, sept. 2006

A N E X O
Cuestionario para identificar estilos de aprendizaje

Nombre: _____ Carrera: _____
Turno: ___ Matutino ____ Vespertino _____ Mixto Edad: _____ Profesor: _____

Encierre en un círculo (a) o (b) para indicar su respuesta a cada pregunta. Elija solamente una respuesta a cada pregunta; si ambas, (a) o (b) parecen buenas respuestas para Usted, elija aquella que se ajuste mejor o en la mayoría de los casos.

1. Entiendo mejor algo después de:
(a) intentarlo, trabajar en ello. (b) pensarlo detenidamente.

2. Me considero una persona
(a) realista. (b) innovadora.

3. Cuando pienso acerca de lo que hice ayer, me es más fácil hacerlo mediante
(a) una imagen. (b) palabras.

4. Tiendo a:
(a) entender los detalles de un tema, pero puedo dispersarme acerca de su estructura general.
(b) entender la estructura general, pero puedo dispersarme en los detalles.

5. Cuando estoy aprendiendo algo nuevo, me ayuda:
(a) hablar acerca de ello. (b) pensar acerca de ello.

6. Si fuera maestro, enseñaría un curso:
(a) que trate con hechos y situaciones de la vida real.
(b) que trate de ideas y teorías.

7. Prefiero obtener nueva información en:
(a) imágenes, diagramas, gráficas o mapas. (b) indicaciones escritas o información verbal.

8. Una vez que entiendo:
(a) todas las partes, entiendo la cosa completa. (b) la cosa completa, entiendo como se ajustan las partes.

9. En un grupo de estudio, trabajando con material difícil, tiendo más a:
(a) participar y contribuir con ideas. (b) sentarme y escuchar.

10. Encuentro más fácil:
(a) aprender hechos. (b) aprender conceptos.

11. En un libro con muchas imágenes y diagramas, tiendo a:
(a) observar las imágenes y diagramas cuidadosamente.
(b) concentrarme en el texto escrito.

12. Cuando resuelvo problemas de matemáticas:
(a) usualmente trabajo en la solución un paso a la vez.
(b) usualmente puedo visualizar la solución, pero tengo dificultad en descubrir los pasos para llegar a ella.

13. En los cursos que he tomado:
(a) usualmente he conocido a todos mis compañeros.
(b) rara vez he llegado a conocer a algunos de mis compañeros.

14. Cuando leo algún libro, prefiero:
(a) alguno que me enseñe nuevos hechos o que me diga como hacer algo.
(b) alguno que me de nuevas ideas sobre las cuales pensar.

15. Me gustan los maestros:
(a) que ponen muchos diagramas en el pizarrón.
(b) que pasan mucho tiempo explicando.

16. Cuando estoy analizando una historia o una novela:
(a) pienso en los incidentes y trato de ponerlos juntos para descubrir la trama.
(b) sólo sé cuál es la trama cuando he terminado la lectura y entonces regreso a los hechos para encontrar los incidentes que demuestran la trama.

17. Cuando comienzo un problema de tarea:
(a) inicio trabajando en la solución inmediatamente.
(b) primero trato de entender el problema completamente.

18. Prefiero la idea de:
(a) certeza. (b) teoría.

19. Recuerdo mejor:
(a) lo que veo. (b) lo que escucho.

20. Es más importante para mí que un instructor:
(a) exponga el material en claros pasos secuenciales.
(b) dé una idea general y relacione el material con otros temas.

21. Prefiero estudiar:
(a) en un grupo de estudio. (b) solo.

22. Me considero:
(a) cuidadoso acerca de los detalles de mi trabajo.
(b) creativo en la manera de hacer mi trabajo.

23. Cuando pregunto indicaciones para llegar a un lugar nuevo, prefiero:
(a) un mapa. (b) instrucciones escritas.

24. Aprendo:
(a) a un paso regular. Si estudio duro, lo aprendo.
(b) a tropezones

25. Preferiría primero:
(a) intentar las cosas.
(b) pensar acerca de cómo voy a hacer las cosas.

26. Cuando leo por diversión, me gusta que los escritores:
(a) expresen claramente lo que quieren decir.
(b) digan las cosas de una manera creativa e interesante.

27. Cuando veo un diagrama o esquema en clase, con mayor frecuencia recuerdo:
(a) la imagen. (b) lo que el instructor dijo acerca de ello.

28. Cuando veo un bloque de información, tiendo a:
(a) concentrarme en los detalles y perder el panorama general.
(b) tratar de entender el panorama general antes de entrar en los detalles.

29. Recuerdo más fácilmente:
(a) algo que he hecho. (b) algo sobre lo que he pensado mucho.

30. Cuando debo realizar alguna tarea, prefiero:
(a) especializarme en una manera de hacerla.
(b) idear nuevas maneras de hacerla.

31. Cuando alguien me está mostrando datos, prefiero:
(a) tablas o gráficas.
(b) textos resumiendo los resultados.

32. Cuando escribo un documento, prefiero:
(a) trabajar (pensar acerca de o escribir) el principio del documento y avanzar progresivamente.
(b) trabajar (pensar acerca de o escribir) diferentes partes del documento y luego juntarlas.

33. Cuando tengo que trabajar en un proyecto de grupo, primero quiero:
(a) tener una "lluvia de ideas" donde cada miembro del grupo contribuya.
(b) hacer una "lluvia de ideas" individual y luego comparar con las ideas de los demás miembros del grupo.

34. Considero una mayor alabanza llamar a alguien:
(a) sensible.
(b) imaginativo.

35. Cuando conozco a una persona en una fiesta, tiendo a recordar:
(a) cómo era físicamente,
(b) lo que la persona dijo acerca de sí misma.

36. Cuando estoy aprendiendo un nuevo tema, prefiero:
(a) mantenerme enfocado en ese tema, aprender tanto como puedo acerca del tema.
(b) tratar de hacer conexiones entre ese tema y otros tópicos relacionados.

37. Me considero:
(a) extrovertido.
(b) reservado.

38. Prefiero cursos que enfaticen:
(a) material concreto (hechos, datos, fórmulas).
(b) material abstracto (conceptos, teorías).

39. Para entretenerme, me gusta más:
(a) ver televisión.
(b) leer un libro.

40. Algunos maestros comienzan sus clases con un panorama general de lo que se cubrirá en clase. Dichos panoramas son:
(a) algo medianamente útil para mí.
(b) algo muy útil para mí.

41. La idea de hacer trabajos o tareas en equipo, con la misma calificación para todo el equipo:
(a) me atrae.
(b) no me atrae.

42. Cuando estoy haciendo cálculos muy largos:
(a) tiendo a repetir todos los pasos y verificar mi trabajo cuidadosamente.
(b) encuentro cansado verificar mi trabajo y tengo que esforzarme para hacerlo.

43. Tiendo a describir los lugares en los que he estado:
(a) fácilmente y con razonable detalle.
(b) con dificultad y sin mucho detalle.

44. Cuando resuelvo problemas en grupo, soy más dado a:
(a) pensar en los pasos de solución del problema.
(b) pensar en las posibles consecuencias o aplicaciones de la solución en una gran variedad de áreas.

Hoja de Evaluación
Estilos de aprendizaje

1. Ponga "1" en los espacios apropiados en la tabla siguiente (por ejemplo, si contestó "a" a la pregunta 3, ponga un "1" en la columna A en el espacio correspondiente a la pregunta 3).

2. Sume las columnas y escriba los totales en los espacios indicados.

3. Para cada una de las cuatro escalas, reste el total menor al mayor. Escriba la diferencia (1 a 11) y la letra (a o b) con el total mayor.

Por ejemplo, si bajo "ACT/REF" usted tiene 4 respuestas "a" y 7 respuestas "b" entonces su total será **3** = 7 - 4, y "b" que fue el mayor de los dos.

Activo/Reflexivo			Sensitivo/Intuitivo			Visual/Verbal			Secuencial/Global		
P	a	b	P	a	b	P	a	b	P	a	b
1			2			3			4		
5			6			7			8		
9			10			11			12		
13			14			15			16		
17			18			19			20		
21			22			23			24		
25			26			27			28		
29			30			31			32		
33			34			35			36		
37			38			39			40		
41			42			43			44		
Total sumas de cada columna											
Activo/Reflexivo			**Sensitivo/Intuitivo**			**Visual/Verbal**			**Secuencial/Global**		
	a	b		a	b		a	b		a	b
(Mayor - Menor) + Letra del mayor											

Explicación de los resultados

- Si su calificación en una escala está entre 1 y 3, usted tiene una leve preferencia por una u otra dimensión pero está esencialmente bien balanceado. (Por ejemplo, un 3a en la categoría Activo/Reflexivo indica una ligera preferencia por el aprendizaje activo).

- Si su calificación en una escala está entre 5 y 7, usted tiene una preferencia moderada por una dimensión de la escala y podrá aprender más fácilmente en un ambiente de enseñanza que favorezca esa dimensión.

- Si su calificación en una escala está entre 9 y 11, usted podrá tener dificultades reales de aprendizaje en un ambiente de enseñanza que no favorezca esa dimensión.

Malditas Matemáticas: Alicia en el país de los números

Frabetti, Carlo (2001),
Malditas Matemáticas: Alicia en el país de los números, Alfaguara Juvenil, 132 pp.

Se le recomienda ampliamente al lector el libro "Malditas Matemáticas: Alicia en el país de los números", del escritor italiano Carlo Frabetti, que es también matemático.

En esta bella historia se nos ofrece un punto de vista mucho más literario de una ciencia tan exacta como es la Matemática, a través de las peripecias de los dos personajes principales: Charles Dogson, más conocido en la historia como Charlie, que bajo el seudónimo de Lewis Carroll escribió "Alicia en el país de las maravillas", y una niña de este mismo nombre, que si bien no es la misma historia, se le parece mucho.

Charlie y Alicia se conocen cuando esta, haciendo deberes de Matemáticas, exclama que no sirven para nada, y Charlie, como convocado por la frase, aparece a su lado dispuesto a sacarla de tan grave error.

Tras esto el matemático hace un cuento a la niña para explicarle el surgimiento de los números, y la razón de ser y funcionamiento de nuestro sistema posicional decimal.

A continuación viajan al país de los números, donde conocen a varios personajes de la historia original, como son la Reina de Corazones, el conejo blanco, el sombrerero loco y otros más.

A lo largo de la historia vamos descubriendo diferentes curiosidades matemáticas, como es el caso de la criba de Eratóstenes, para obtener los números primos menores que 100, una forma de hallar gran cantidad de números no primos consecutivos, precisiones sobre la tabla de multiplicar y formas de aprenderla, cómo completar un cuadrado mágico de nivel 3 y 4, e incluso algunos trucos matemágicos.

En fin, este es un libro que todo amante de la Matemática debería leer alguna vez, pues lo consideraría ampliamente interesante y entretenido.

Thalía Ortiz García

2° ACUERDO DEL III CONGRESO INTERNACIONAL ALAMMI 2011

PARA QUE LA ALAMMI CREZCA Y SE FORTALEZCA

Considero que somos un colectivo tanto cuanto inestable y, la ALAMMI, dada la poca participación real de este colectivo en los inter-congresos, que se refleja en el informe de finanzas, se figura como un membrete, siendo que no lo es, porque nace y entraña los signos de los cambios en el mundo y también por la capacidad de convocatoria que tiene para organizar estos eventos científicos. Entonces, ¿qué hace falta? Seguramente organizarnos mejor, por lo tanto proponemos lo siguiente:

1.- Impulsar la presencia de ALAMMI en cada uno de nuestros países:

a) Divulgando los acuerdos y ponencias presentadas en los Congresos ALAMMI2007, 2009, 2011, 2013 etc. , entre los docentes que no pudieron asistir a los mismos.

b) Invitando no sólo a maestros de matemáticas, también de otras ciencias e incorporarlos al compromiso de la revista científica "ALAMMI" ya sea como colaborador directo (del Consejo Editorial, Árbitro, con trabajos científicos o articulista) o divulgando a la misma.

c) Motivando a los Maestros a que participen en los Congresos internacionales de ALAMMI.

d) Interesándose y Creando o reforzando los programas de atención a los niños y jóvenes estudiantes de alto rendimiento.

2.- Buscando mejorar la evaluación de los trabajos o proyectos de investigación consideramos hace falta, hacer un intento de homologación de los protocolos para los mismos en Latinoamérica y el Caribe. Sugerimos enviarlos a la ALAMMI de la Ciudad de México, en donde se hará un análisis con un Consejo Revisor formado, por lo menos, con un miembro de cada país participante. Las conclusiones se harán llegar a los interesados y se discutirán vía correo electrónico así como a través de nuestra revista científica "ALAMMI". Aspirando, como ya se dijo, llegar a un criterio único, pues la ciencia es una en cualquier país del mundo. Si no se lograra este único criterio será tema de discusión en el IV Congreso Internacional de ALAMMI.

3.- El Maestro o Profesor de vocación, se acepte o no, es un líder natural, lo demuestra nuestra historia. Por tanto, dado este carácter, no es justo ni congruente que el Maestro o Profesor sólo dedique su trabajo de investigación a lo que pasa en el aula; sino también, treparse a la copa del árbol y levantar la vista para observar el bosque, es enajenante clavarse en el tronco de árbol sin conocer el entorno, el entorno de un sistema educativo impuesto por decreto.

4.- SUGERIMOS elaborar una breve pero fundamentada opinión, un ensayo o proyecto de investigación sobre el sistema educativo de su país, en general, sobre todo donde es hegemónico el sistema socio-económico-político llamado "Neoliberal". En esta tarea, pugnar por incorporar a la ALAMMI a profesores investigadores de otras ciencias particulares: físicos, químicos, biólogos o de ciencias sociales pero siempre respetando nuestros principios y objetivos cardinales estatutarios, manifestados en nuestra página: www. alammi.info.

Si la ALAMMI es profundamente democrática nuestra posición es a favor de la EDUCACIÓN PÚBLICA gratuita y de calidad para los niños, jóvenes y adultos, es una obligación, que de origen es, del Estado.

Al cumplir con estas tareas se les otorgará el carnet como MIEMBRO DE ALAMMI con todos los derechos y obligaciones, y con el mismo mérito de fundador destacado de esta brillante asociación de docentes investigadores.

5.- SUGERIMOS hacer un proyecto de investigación sobre la atención que se les da o debe dárseles tanto a los niños y jóvenes estudiantes talentosos de su país. Incluir, en dicho proyecto, los criterios de selección. Así mismo, influir en la creación o constitución de la Asociación Latinoamericana y el Caribe de Estudiantes de Alto Rendimiento (ALyCEAR). Estos serán los participantes triunfadores en eventos académicos nacionales o internacionales.

6.- Enriquecer el Proyecto, para en su momento pugnar, para fundar un colectivo latinoamericano, UN CENTRO DE INVESTIGACIÓN DE ALTO RENDIMIENTO (CIAR) en México o en otro lugar de Latinoamérica y el Caribe, que coordine los CIAR del resto de los países, en donde se prepararán a los niños y jóvenes estudiantes de brillante inteligencia, seleccionados desde la más profunda base social en todos los niveles educativos.

El CIAR coordinador se asentará en amplias áreas, suficientes, para las instalaciones de internados; en donde se alojarán los niños y jóvenes estudiantes más talentosos de Latinoamérica, en cada una de las ciencias básicas, seleccionados de ambos sexos, con todas sus necesidades básicas y recreativas ampliamente satisfechas, de forma gratuita. Salas de estudio y de deliberación, recursos auxiliares con el empleo de tecnología de punta; Instalaciones para laboratorios, talleres, aulas, auditorios; sistemas simuladores de tecnologías de las ciencias básicas, etc.

Por supuesto, atendidos por personal selecto y una plantilla de profesores de muy alta preparación multidisciplinaria, quiénes serán los líderes de los proyectos de investigación. Contarán con instalaciones adecuadas para satisfacer sus necesidades básicas y las de su familia, preparación continúa, y una amplia información de los avances mundiales científicos, tecnológicos, etc.

OBJETIVO FUNDAMENTAL:

Crear nuestra propia tecnología latinoamericana para contribuir al aumento de la productividad del trabajo a fin de elevar, al plano de la dignidad humana, la calidad de vida de la población latinoamericana y satisfacer decorosamente sus necesidades siempre crecientes.

OBJETIVOS PARTICULARES:

1) Sólo un hecho gigantesco como éste podrá hacer voltear y motivar la atención juvenil, hacer renacer en los jóvenes el interés por el estudio, su preparación académica, científica y cultural. “A grandes males grandes remedios”.

2) Contribuir a la integración y unidad de los pueblos latinoamericanos, sueño centenario liberador de sus mejores hijos.

3) Crear un semillero de investigadores de ALTO RENDIMIENTO, para empresas de interés social, centros de investigación ya establecidos y formación de centros de investigación especializados para la óptima solución a problemas como la alimentación del pueblo, la salud, la vivienda, el vestido, acorde a sus procesos de desarrollo social, económico, histórico, cultural, climático, ecológico y de usos y costumbres, partiendo desde la profundidad de estos y del avance de la ciencia y la tecnología.

Matecompu2011 y III Congreso Internacional ALAMMI2011

Ciudad de Matanzas, Cuba a 25 de noviembre de 2011.

FLORENTINO JAIMES HERNÁNDEZ

PRESIDENTE de la ALAMMI
c. e.: hecfjaim@yahoo.com.mx

ALyCEAR

La ALAMMI es una asociación de maestros latinoamericanos de Matemática, que se unieron porque, además de esa hermosa vocación, tienen algo más en común: un sueño. Todos ellos desean que los países de América Latina se unan como una sola gran nación, y que juntos nos dediquemos al mejoramiento de nuestros sistemas educacionales, pues han dado el primer paso: admitir que estos no cumplen con las necesidades de aprendizaje de los alumnos a los que se enfrentan, y están dispuestos a hacer algo al respecto.

Esta asociación está dirigida por el Prof. Ing. Florentino Jaimes Hernández, un maestro mexicano de visión tan amplia como el horizonte mismo, que con admirable dedicación se entrega a la causa de aportar su granito de arena para el mejoramiento humano.

Pero el amor a la Matemática no es algo exclusivo de los maestros que la imparten, pues hay quienes desde muy temprana edad se inclinan hacia esta dirección. Por esa razón, existe la necesidad de crear una organización con las mismas metas y forma de actuar que la ALAMMI, pero que abarque un círculo diferente de la población, en este caso los estudiantes latinoamericanos que presenten un rendimiento destacado y gran afinidad con tan bella asignatura.

Esta nueva asociación estudiantil, como la ALAMMI, se dará a la tarea de unir los esfuerzos de los alumnos, para hacernos partícipes directos de nuestra propia educación y, además, preparará a los que en un futuro podrán pertenecer a la ALAMMI. De esta forma, podremos tener nuestro propio espacio para dialogar, tanto entre nosotros los estudiantes, como con los encargados de guiarnos en el infinito camino del aprendizaje, a partir de talleres para el intercambio de experiencias e ideas, dando su punto de vista, para así lograr el objetivo primordial: mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en nuestra generación y las siguientes.

Es así que, en el Tercer Congreso de la ALAMMI, efectuado en Cuba del 22 al 26 de noviembre del 2011, surgió la idea de fundar la **Asociación Latinoamericana y del Caribe de Estudiantes de Alto Rendimiento (ALyCEAR)**, para mostrar al mundo que las voces de los estudiantes solo necesitan una oportunidad de ser oídas, y ser nosotros la esperanza de este planeta.

Thalía Ortiz García*

**El Director de ALAMMI, Revista Científica certifica que Thalía Ortíz García es una estudiante de alto rendimiento de un país Latinoamericano.*

DE COLABORACIÓN REVISTA ALAMMI

ALAMMI, Revista Científica se concibe como un medio de difusión de resultados de investigación en matemática, educación y matemática educativa, dentro de la región iberoamericana y el mundo hispanoparlante. Las contribuciones deben ser originales y resultado de un trabajo de investigación, pueden constituir síntesis de los resultados de una investigación, propuestas teórico-metodológicas, presentación de problemáticas específicas, notas metodológicas y técnicas de información sobre una investigación en curso, el estado del arte respecto a una cuestión particular, entre otros. Es un órgano de difusión académica y un foro de discusión internacional en lengua española acerca de las problemáticas asociadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que promueve la investigación en educación matemática, así como una ventana que muestra la producción académica de la región mencionada.

PÚBLICO AL QUE SE DIRIGE

ALAMMI, Revista Científica se dirige a un público amplio: investigadores, profesores y estudiantes de niveles de licenciatura y posgrado; así como a distintas personas interesadas en la reflexión sobre las matemática y la educación actuales y sus procesos de cambio.

TEMÁTICAS QUE PUBLICA

- ◊ Investigaciones sobre educación matemática en cualquiera de los niveles: básico, preuniversitario y universitario.
- ◊ Estudios sobre historia y/o epistemología de las matemáticas
- ◊ Estudios sobre la investigación en educación, se ésta aplicada a las matemáticas o a otras ciencias naturales y exactas o ciencias sociales
- ◊ Sistema educativo
- ◊ Materiales, textos y otros recursos de apoyo a la enseñanza
- ◊ Diseño, desarrollo y evaluación curricular
- ◊ Uso de la tecnología
- ◊ Interacciones en el aula
- ◊ Evaluación
- ◊ Enseñanza experimental
- ◊ Educación para adultos
- ◊ Matemáticas superiores
- ◊ Matemáticas aplicadas

GUÍA PARA AUTORES

La ALAMMI, Revista Científica publica, en español, artículos de investigación, ensayos y otras contribuciones vinculadas con la enseñanza de las matemáticas que sean inéditas.

El Comité Editorial se reserva el derecho de aceptar o rechazar un material o hacer sugerencias de corrección para su publicación.

El contenido del artículo es responsabilidad del autor.

Enviar preferentemente una fotografía personal o del equipo de investigación académica en resolución para impresión.

La ALAMMI, Revista Científica tendrá los derechos de publicación de los artículos aceptados, para lo cual el autor debe firmar una licencia de publicación.

PREPARACIÓN DEL MANUSCRITO

Deberá ser presentado electrónicamente, en formato .odt o .doc.

Debe ser original y no haber sido enviado simultáneamente a otras revistas. Debe tener un grado razonable de elaboración y presentar un manejo correcto del idioma. Deberá tener un máximo de 20 cuartillas, incluidas notas, referencias bibliográficas, tablas, gráficas y figuras. Deberá incluir también un resumen en español de entre 100 y 150 palabras, versión en inglés del resumen (abstract), y un mínimo de 5 palabras clave en español y en inglés (key words).

El título debe ser breve, descriptivo y apropiado para los efectos de clasificación y en lo posible no debe hacer uso de notación matemática .

En el cuerpo del artículo se deben definir las abreviaturas y símbolos matemáticos poco usuales cuando aparecen por primera vez. Las tablas y figuras deben reducirse al mínimo. Cuando éstas aparezcan deben estar citadas en el cuerpo principal del texto, estar provistas de leyendas explicativas y numeradas en forma consecutiva según su orden de aparición.

En archivo aparte, deberá prepararse una carátula que contenga: a) título y tema central del artículo; b) declaración de que el material es original e inédito y que no se encuentra en proceso de revisión para otra publicación (debe mencionarse explícitamente si el material ha sido presentado previamente en congresos); c) nombres completos de cada uno de los autores, adscripción institucional principal, dirección electrónica, teléfono, fax y domicilio completo (incluyendo código postal), así como un breve currículum que incluya grado académico actual.
Las figuras, tablas e ilustraciones contenidas en el texto deberán ir incluidas en el archivo de texto o indicarse dónde se deben situar.

Las referencias dentro del texto deben señalarse indicando, entre paréntesis, el autor, año de la publicación y página o páginas (Freudenthal, 1991: 51-53).

Al final del artículo se debe consignar la ficha bibliográfica completa de todas las referencias citadas en el texto de acuerdo con el siguiente modelo:

Covarrubias, A. (1992). Hacia una redefinición de las matemáticas en la educación, El Colegio de Sonora. Fundación Friederich Ebert, México.

Albuquerque, F., et al. (coord.), (1990). "Notations and Representations as Mediators of Constructive Processes" en Constructivism and Mathematical Education Grupo Editor Latinoamericano, Chile.

Smith, C. (1989). "Especialización flexible, automatización y producción en serie", Sociología del Trabajo, núm. 7, Siglo XXI, España, pp. 35-61.

Para cualquier duda acerca del estilo de citación, el autor deberá entrar en contacto con la Coordinación editorial de ALAMMI, Revista Científica.

ENVÍO DEL MANUSCRITO

Deberán enviarse a las siguientes direccines electrónicas: *hecfjaim@yahoo.com.mx y revistaalammi@gmail.com*

PROCESO DE ARBITRAJE

Las contribuciones que cumplan los requisitos básicos serán enviadas para un arbitraje de pares ciegos, expertos en el tema. Después de este proceso, el autor recibirá los comentarios de los revisores y se le notificará la decisión (aceptado, aceptado con cambios o rechazado).

El trabajo original será sometido a dos dictámenes, si existiera uno aprobatorio y el otro no, se someterá a un tercer árbitro, cuyo juicio será definitivo para el desempate. El resultado del dictamen será inapelable.

de nuestro Primer Congreso Internacional ALAMMI2007, celebrado en la Cd. de México, México.

CONVOCATORIA

DE LA ASOCIACIÓN LATINOAMERICANA
DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS INVESTIGADORES A.C. (ALAMMI)

AL
1ER. CONGRESO INTERNACIONAL
DE INVESTIGACIÓN EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: ALAMMI 2007,
"PRESIDENTE BENITO JUÁREZ, BENEMÉRITO DE LAS AMÉRICAS"

En:
"Casa de las Humanidades" de la UNAM. Sita en Calle Presidente Carranza Nº 162
Coyoacán, D. F., México. Del 1 al 5 de agosto del 2007.

La Asociación Latinoamericana de Maestros de Matemáticas Investigadores A.C., en coauspicio con la **Universidad Pedagógica "Juan Marínelo" de Matanzas Cuba, la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y el Colegio Centro Unión, Qro., México: CONVOCAN** a todos los profesionales de la educación a que participen en su "1er. Congreso Internacional de Investigación en la Enseñanza de las Matemáticas".

OBJETIVOS:

a) Intercambiar resultados científicos y experiencias pedagógicas sobre diferentes enfoques en la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles.
b) Valorar las repercusiones de factores psicológicos, didácticos, pedagógicos y sociológicos en la enseñanza de las matemáticas.
c) Dar a conocer las experiencias en la aplicación de programas y planes de estudio como estrategias de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas.
d) Impulsar y divulgar la investigación en la enseñanza de las matemáticas.
e) Fortalecer e impulsar la comunicación y acuerdos de colaboración entre los asociados y con investigadores de ciencias afines.

BASES:

1. Podrán participar como ponentes, profesores de matemáticas o ramas afines de cualquier institución educativa de nivel Básico, Medio Superior y Superior.

2. Los **TEMAS** a tratar serán:

- Enseñanza de las matemáticas, problemas pedagógicos y dirección del proceso Enseñanza-aprendizaje en algunos sistemas educativos.
- Investigaciones recientes sobre temas de matemáticas.
- El desarrollo de la creatividad de los alumnos a través de las matemáticas.
- La evaluación del aprendizaje de los estudiantes.
- La formación y superación de profesores de matemáticas.
- Temas libres relacionados con otras ciencias afines a las matemáticas.

3. La participación en las ponencias podrá ser presencial o no presencial:

* Son ponentes presenciales aquellos autores que expongan de propia voz su ponencia.
* Son ponentes no presenciales los que envíen sus trabajos por correo tradicional. Estas ponencias serán leídas o exhibidas por un tercero durante el Congreso.

4. Las ponencias tendrán una extensión máxima de 7 cuartillas, a doble espacio y un resumen de 10 líneas. En la carátula: Institución en que labora, tema, título, nombre del autor, domicilio, teléfono y correo electrónico. Anexar el curriculum profesional. Cada ponencia se entregará en original impreso y en disquete de 3 1/2 o CD en Word para Windows, en letra Times New Roman, 12.

5. Las ponencias se enviarán al domicilio abajo indicado o a los siguientes correos electrónicos **donde también se podrá consultar más información:**

hecfjaim@yahoo.com.mx
Jec_ego@hotmail.com
vinazco2002@yahoo.com.mx

6. LA FECHA LÍMITE DE ENTREGA DE PONENCIAS SERÁ EL 15 de JUNIO del 2007.

7. Los trabajos serán evaluados para su presentación, por la Comisión Académica del Congreso, la cual estará formada por un representante de **Cuba, Colombia, C. C. U. y la Junta Directiva de la ALAMMI.** Los resultados se darán a conocer oportunamente a los autores. En la Sesión de Clausura se entregarán los reconocimientos a los ponentes y participantes. Las ponencias se conocerán en publicaciones internacionales de difusión científica.

8. La información que se genere en este evento científico, pertenecerá a la ALAMMI.

Página Web: www.alammi.info donde habrá más información después del 30 de abril del 2007.

ALAMMI: Lago Alberto No 431 (CETIS No 8), Col. Anáhuac C. P.11320. México, D. F.
Teléfonos. : (01 55)-53484046, 52 60 67 74

Presenciales

INVESTIGADORES EDUCATIVOS, DE IMPORTANTES CENTROS DE EDUCACIÓN DE PAISES DE AMÉRICA LATINA, PONENTES DEL PRIMER CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: ALAMMI2007, "PRESIDENTE BENITO JUÁREZ, BENEMÉRITO DE LAS AMÉRICAS". Celebrado en "Casa de las Humanidades" de la UNAM, Coyoacán, México, D. F., México. Del 1° al 5 de agosto de 2007.

TEODORO M. CEBALLOS
HILARIO ANGUIANO LUNA
MARÍA GUADALUPE AMADO MORENO
MARÍA ELSA ESPINOSA VALDES
ARCELIA BRITO PÁEZ
LUIS EDUARDO OLMOS SÁNCHEZ
CARLOS PÉREZ TELLO
ABEL GONZÁLEZ MARTÍNEZ
RAMÓN J. ALMEIDA FERNÁNDEZ
XIOMARA ALVARADO CASTILLO
MARÍA TERESA GUERRERO FERNÁNDEZ
ELIA ACASIA PAREDES CHEVARRÍA
TEODORO TORRES GARCÍA
OLIMPIA FIGUERAS MOURUT
JORGE ALFONSO HERNÁNDEZ
HECTOR CANTÚ LAGUNAS
YOLANDA CONCEPCIÓN HERRERA GARCÍA
ALFONSO JIMENEZ E.
EVANGELINA HERNÁNDEZ CARREÓN
GLORIA M. ÁVILA BARÓN
MIGUEL ANGEL GARCÍA LICONA
BENIGNO H. RUIZ
ELSA GONZÁLEZ PAREDES
DANILO C. SÁNCHEZ TORRES.

A QUIENES Y DEMÁS PERSONAL QUE PARTICIPARON EN TAN IMPORTANTE EVENTO CIENTÍFICO, **LES REITERAMOS NUESTRO PROFUNDO RECONOCIMIENTO** POR LA CONFIANZA QUE DEPOSITARON ALTRUISTAMENTE PARA BIEN DE LA EDUCACIÓN PÚBLICA EN NUESTRA AMÉRICA LATINA.

JUNTA DIRECTIVA DE ALAMMI.

No presenciales

TÍTULO:
Apuntes sobre el surgimiento del concepto función en la historia.

Autores:
Lic. Ada Lourdes Bacallao Hernández
Lic. Ruhadmi Boulet Martínez
MSc. María de los A. Valdivia Sardiñas
Universidad Pedagógica "Juan Marinello" de Matanzas.

TÍTULO:
¿Cuándo se puede aplicar la integral definida para resolver un problema?

Autor:
Dr. Reinaldo Hernánde z Camacho.
Profesor Titular de Matemática.
Doctor en Ciencias Pedagógicas.
Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos". Cuba.

TEMA: TEMAS LIBRES RELACIONADOS CON OTRAS CIENCIAS AFINES A LAS MATEMÁTICAS.

TÍTULO:
Curso "sistemas numéricos" basado en el uso de objetos de aprendizajes utilizando el estándar de e-learning scorm 2004

Autores:
MsC. Yordanis Rey Quiros
Ing. Nayivis Rey Quiros
Universidad de camaguey, Facultad de informatica

TEMA: ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

TÍTULO:
Diseño del programa de la asignatura Matemática Básica para las carreras de Ciencias Técnicas

Autores:
Lic. Marilú Jorge Martín
Lic. Mercedes Pérez Lovio
MSc. Alfredo Fundora Rolo
Universidad De Matanzas "Camilo Cienfuegos", Cuba

TÍTULO:
Haciendo uso de la historia para enseñar cálculo de probabilidades

Autor:
Salvador Naya
Escuela Politécnica Superior de Ingeniería Industrial y Naval
Universidad de A Coruña, España

TÍTULO:
Implementación del algoritmo Embedded Zerotree Wavelet (EZW) para la compresión de imágenes fijas

Autores: Ing. Yumilka Bárbara Fernández Hernández
Dr. Juan Lorenzo Ginori
Universidad de Camagüey, Cuba
Universidad Central M arta Abreu de Las Villas, Cuba.

TÍTULO:
La Matemática: una posibilidad para la creación de productos informáticos y la integración de asignaturas en la Educación Superior

Autores:
Antonio Celso Fernández Orquín
Roger Pérez Chávez
Katia Vila Rodríguez
Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"
Iván Pérez Mallea
Arsenio Miguel Iznaga Benítez
Instituto Superior Politécnico José A. Echevarría.

TEMA: ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

TÍTULO:
Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la matemática

Autor: Lic. Marilú Jorge Martín
Universidad De Matanzas "Camilo Cienfuegos", Cuba

TÍTULO:
Un enfoque sistémico del Calculo Integral para la enseñanza en la carrera de Ingeniería Informática

Autor:
MSc Reinaldo Sampedro Ruiz
Institución Universidad de Camaguey

www.alammi.info

Le invitamos a visitar esta página www.alammi.info y a participar, publique su investigación académica.
Además le sugerimos digite la opción DOCUMENTOS.

La Asociación Latinoamericana de Maestros de Matemáticas (ALAMMI), es una agrupación de maestros de vocación, que pretende unir esfuerzos, con el fundamental propósito de hacer de su quehacer profesional cotidiano, una actividad científica, tecnológica y profundamente social.

Los factores objetivos para el surgimiento de la ALAMMI, estaban dados desde hace algún tiempo, por las acciones en distintos países, cuyos gobiernos verdaderamente preocupados por el avance de la educación de sus pueblos, han dedicado suficientes recursos económicos a esta permanente y cardinal necesidad social, incorporando nuevas tecnologías y/o metodologías novedosas, para algunos de ellos. Caso especial es la República de Cuba, reconocida mundialmente como potencia educativa, la que ha enfocado la educación considerando al hombre como un ser integral, hecho fundamental que ha caracterizado su quehacer educativo. Entre otras tantas acciones, desde el triunfo de Revolución y poco tiempo después, año con año lleva al cabo, importantes acontecimientos internacionales de carácter educativo y científicos.

En éste marco, el Instituto Superior Pedagógico "Juan Marinelo" y la Facultad de Informática de la Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos" convocaron al "VII Evento Internacional, La Enseñanza de la Matemática y la Computación, Matecompu 2005", para efectuarse del 6 al 10 diciembre de ese año. Allí se reunieron maestros de diferentes países latinoamericanos, de la Gran Canaria y España. Algunos asistentes de primera vez se encontraron con la grandiosa sorpresa, de que lo que llevaban consigo como una aspiración ideal: mejorar, de forma particular con los alumnos de sus instituciones, su trabajo en la enseñanza, fundamentados en la ciencia y la tecnología; en Cuba, es una realidad a nivel nacional, como política educativa de Estado. La participación de los cubanos, la mayor y claramente significativa por su visión humanista, científica y tecnológica, fue una realidad que propició una gran unidad y solidaridad durante el desarrollo de las jornadas de trabajo y dio como fruto, la decisión de tomar el camino de la investigación, de aquellos maestros por vocación allí reunidos, y de unirse para perseguir sus aspiraciones, en una organización que propiciara la búsqueda permanente de la excelencia académica.

En este contexto, en la magna sesión de Clausura del evento mencionado, en la que de manera clara se destacaron los alcances logrados, con la presencia importante y significativa de siete países latinoamericanos Argentina, Colombia, Costa Rica, Cuba, Chile, México y Venezuela, además de La Gran Canaria y España; cuyos representantes manifestaban la alegría propia de los que se han enriquecido con el intercambio de experiencias profesionales y humanas y, rodeados de un bello paisaje natural: se hizo la propuesta formal de integrar una asociación de maestros por vocación investigadores latinoamericanos, con ideales de superación, surgiendo así la ALAMMI.

www.alammi.info