

SISTEMA METRICO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Helena Latorre Borrero,
Gimnasio La Montaña, Directora Académica
helenalatorre@glm.edu.co, tel 6762128-6762130
Chía, carrera 10° #6-90, casa 81, Conjunto La Pradera
Abril del 2009

Razón de ser del aprendizaje de las matemáticas:

El ser humano tiene como proyecto de vida su realización social, afectiva, intelectual y espiritual, inmersos en un mundo con una cultura propia, miembros de una familia particular y en un medio social concreto. Es allí donde cada persona debe realizarse. Las matemáticas se constituyen en la edad escolar, en un medio de realización humana más que en un fin como ciencia que hay que aprender, y debe darle al estudiante la posibilidad de superar retos y dificultades, de proponerse alternativas, de analizar y optar. De no ser así se verá condenado a ser conducido y que otros decidan por él. Pero esa realización no es solamente axiológica; es un desarrollo humano que tienen un fundamento esencial en el desarrollo lógico, definitivo como herramienta para conocer el mundo, apropiarse y cambiar su cultura, abordar una situación nueva con la posibilidad de desglosarla (análisis), organizar una información de acuerdo con unas prioridades (clasificación y seriación), proponer alternativas de acción (transferencia y síntesis), tomar decisiones y así lograr la autonomía intelectual, fundamento de la autonomía moral.

El estudio y aprendizaje de las matemáticas favorece el desarrollo del lenguaje pues exige la interpretación y codificación de información, su organización y su uso para obtener nuevas conclusiones; tanto la interpretación como la comunicación de la información se hace mediante la expresión gráfica, oral y escrita. En esta área el estudiante tiene la posibilidad de observar, asombrarse, preguntarse, discurrir libre y espontáneamente, explorar el mundo y explicarlo, acceder a la verdad y reconstruir la realidad¹.

Por otra parte, para desarrollar pensamiento lógico, el alumno establece una serie de relaciones con sus compañeros pues tanto él como ellos se proponen preguntas, buscan respuestas, las discuten, encuentran generalidades y obtienen conclusiones; en ese intercambio se forma afectiva y socialmente pues adquiere seguridad frente al grupo y a sí mismo, aprende a compartir mientras argumenta, se hace tolerante ante las diferencias, aprende a escuchar y valorar al otro, expresa sus ideas y lucha por defender su posición; es decir, se forma una imagen positiva de sí mismo y de sus compañeros. Finalmente no se puede desconocer la utilidad propia que tienen las matemáticas tanto en el mundo científico como en el desarrollo tecnológico. El Ministerio de Educación Nacional² reconoce su necesidad y así lo expresa: "Todos en nuestra práctica cotidiana necesitamos a menudo, efectuar cálculos, estimar rápidamente resultados, ... Es por tanto indispensable insistir en la operatoria y el cálculo mental sin volver a las rutinas

¹ VIGOTSKI, Lev S. (1934). *Pensamiento y Lenguaje: teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas* (1934), editorial Pléyade, Traducción de María Margarita Roture, Buenos Aires.

² MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1987). *Marcos Generales de los programas curriculares: Matemáticas*. Bogotá.

tediosas de antaño..., se insiste más bien en la comprensión de los conceptos y de los procesos, en la formulación y la solución de los problemas... "

En síntesis, el estudio de las matemáticas para los alumnos del colegio se justifica desde la respuesta que se da a dos preguntas:

a. ¿Cuál es la razón de ser de las matemáticas en el Plan de Estudios? Las matemáticas tienen su razón de ser en el Plan de Estudios por cuanto favorecen y agilizan ampliamente el desarrollo de los procesos del pensamiento - sin ser éste el único aprendizaje que lo propicia - puesto que las matemáticas organiza sus modelos dentro de estructuras similares a las estructuras lógicas que desarrolla el ser humano.

b. ¿Qué es lo específico que identifica el trabajo académico de las matemáticas? Su objeto de estudio, su objetivo, su método, su estructura conceptual y formal? El trabajo académico que ocurre en torno a las matemáticas se caracteriza porque potencia significativamente el proceso de abstracción; establece un continuo de retos cognoscitivos y valorativos, mediante situaciones que generan desequilibrio y permiten construir; se trabaja con énfasis en la acción reflexión y no se limita a la realidad concreta sino que la supera; en estas condiciones, las estructuras que consolida le permiten que trascienda las situaciones particulares avanzando de lo concreto y real a lo no figurativo y simbólico, contexto en el que puede hacer abstracciones.

Estructura de clase en el sistema métrico: Una clase está conformada por todos los objetos que conforman un conjunto porque cumple con unas condiciones y sólo con ellas. En la clase ni faltan elementos que tengan dichas características, ni sobran elementos. El logro de este objetivo se alcanza en su nivel más alto como pensamiento conceptual. Los objetos métricos de conocimiento son las magnitudes y unidades de medida.

Estructura operatoria en el sistema métrico: Las operaciones son transformaciones que se realizan sobre los elementos de las clases y producen nuevos elementos o elementos transformados que pueden ser de la misma clase o de otra; por lo tanto, demandan una actividad motriz o intelectual y deben cumplir unas propiedades que rigen dichas transformaciones. La estructura operatoria es el componente activo y se logra inicialmente en el nivel de las operaciones concretas y formales con un avance progresivo en la conservación de cantidad y la reversibilidad; posteriormente, con el aprendizaje del análisis real el pensamiento matemático alcanza en su nivel escolar más alto, las primeras formas de pensamiento formal. Las operaciones en el sistema métrico se refieren a medir y a conservar cantidades continuas y discretas.

Estructura relacional en el sistema métrico: Las relaciones se establecen entre los elementos de los conjuntos y se determinan mediante la caracterización comparativa de estos. Por lo tanto, es el elemento pasivo-teórico y se logra en el pensamiento formal. Así mismo, se establecen entre las dimensiones y variables de objetos matemáticos variaciones relativas que consolidan la reversibilidad, en este mismo nivel de pensamiento. Las relaciones métricas se refieren a orden, equivalencia, proporción, variaciones relativas.

Los objetivos correspondientes a las estructuras de clase, relacional y operatoria convergen en los últimos grados del bachillerato en un objetivo que corresponde al pensamiento formal: Inferir y aplicar leyes referidas a dichos objetos, operaciones y relaciones.

Contenidos cognitivos del sistema métrico: Este eje comprende los preconceptos de magnitud y medida que se utilizan para elaborar los conceptos relativos a figuras geométricas, sus operaciones y relaciones; este eje se estructura como una totalidad en lo lineal, lo superficial y lo volumétrico para abordar el estudio de los objetos geométricos en sí mismos y en sus relaciones métricas.

Contenidos Procedimentales en el Sistema Métrico: Los contenidos procedimentales soportan la aprehensión de los contenidos cognitivos en cuanto brindan herramientas para que su elaboración sea más ágil, precisa y estructurada. Además, aportan la reflexividad sobre los procesos como condición para que el aprendizaje sea propiedad del estudiante.

- Codificar y decodificar textos verbales, gráficos, simbólicos, esquemáticos y tabulares referidos a relaciones, clases y operaciones del sistema.
- Modelar y graficar formas y objetos que representen relaciones de tamaño.
- Estimar medidas en el conjunto de los números naturales.
- Formular y resolver situaciones problema referidas a las operaciones y relaciones estudiadas.
- Determinar si las respuestas encontradas para una situación, son coherentes con la información disponible, apoyado en estrategias de estimación de medidas, de cantidades y de operaciones.
- Evaluar la coherencia de los resultados y respuestas encontradas para una situación, apoyado en estrategias de estimación, predicción, confrontación de información y análisis simultaneo de variaciones
- Utilizar elementos de trazo y construir escalas de medición para diversas magnitudes.

Contenidos Actitudinales en el Sistema Métrico: Los contenidos actitudinales desarrollan la capacidad de trabajar en equipo apoyando el aprendizaje de los demás y el propio en ellos; además favorecen la calidad en los aprendizajes, la capacidad de buscar soluciones y por lo tanto del tener un aprendizaje productivo, no solo reproductivo. En particular, este sistema ayuda a:

- Desarrollar una actitud reflexiva de comparación y diferenciación sobre las acciones y objetos matemáticos, así como de búsqueda de alternativas en la interpretación y solución de situaciones problemáticas.
- Tomar conciencia de las ventajas y desventajas que tienen para cada uno las diferentes estrategias en la solución de situaciones problemáticas.
- Desarrollar el espíritu crítico y creativo mediante la reflexión sobre las acciones, los procesos, los resultados y las interpretaciones a situaciones matemáticas.

Niveles de aprendizaje de cada estructura matemática.

La estructura matemáticas está conformada por una terna de elementos, relaciones y operaciones, así como las propiedades que tiene cada uno de ellos. Los elementos corresponden a las herramientas de conocimiento de clase, alcanzándose en diferentes niveles de acuerdo con el grado y la herramienta: nocional, proposicional, preconceptual o conceptual; las operaciones corresponden a las

transformaciones que se realizan con o sobre los objetos para obtener nuevos elementos o elementos transformados y corresponden al componente dinámico, activo, práctico de la estructura; las relaciones corresponden a las comparaciones sobre los elementos o a la organización que tienen, sean éstas relaciones referidas a partes de los elementos (internas) o entre elementos (externas) y corresponden al componente enunciativo, pasivo de la estructura.

Por otra parte, cada estructura tiene internamente tres niveles de apropiación por parte de quien la aprende: concreto, reflexivo o abstracto; éstos han de ser tenidos en cuenta como prerrequisitos y como determinantes de la didáctica en tanto se aprenden mediante estrategias y mediaciones diferentes y en edades cognitivas diferentes (Ver metodología). La teorización corresponde al nivel abstracto, la praxis corresponde al nivel reflexivo y las acciones y prácticas corresponden al nivel concreto.

En la medida en que los estudiantes avanzan en su escolaridad, el proceso de aprender avanza por los tres niveles en forma continua, es decir, no aprenden directamente en el nivel de reflexión o de teorización sino que comienzan en el nivel concreto. Al respecto es importante decir que el nivel concreto, en los grados superiores y en relación con temas de mayor abstracción, no se refiere a objetos de la realidad concreta sino a aquellos que por la apropiación que el estudiante ha logrado, son un referente concreto, fácil de evocar y de representar mental o gráficamente y posible de manipular en forma gráfica o a través del computador, o mediante signos escritos. Por ejemplo, los números son concretos para un estudiante de quinto grado mientras que son el resultado de una abstracción para los niños de kínder o transición; igual sucede con el manejo de monomios en undécimo en relación con séptimo u octavo grado.

Estructura curricular del plan de área en el sistema métrico:

La estructura de cada ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no puede separarse de los demás, pero para propósito de esta ponencia me centro en el sistema métrico, aunque en otra oportunidad podemos abordar los otros ejes bajo la misma idea, pero bajo las interconexiones entre ámbitos. Esta propuesta resulta del acompañamiento y la formación de profesores en esta área por más de 20 años y de la experimentación en el aula. La idea, en términos muy generales es recorrer 4 fases en forma ascendente en complejidad y profundidad; este avance no se da en un solo año ni en un solo momento y responde a la estructura de sistemas concreto, conceptual y simbólico, propuestos ya hace muchos años por Carlos Eduardo Vasco³.

Grado	Experiencia conservación cantidad	Construcción-comprensión unidades no estándar	Construcción-comprensión unidades estándar	Transformación y cálculos
K.	Comparación de tamaños: una dimensión Intuición de conservación de líquidos y masas			
Tr.	Comparación de tamaños: dos dimensiones Intuición de conservación de líquidos y masas			

³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1987). Marcos Generales de los programas curriculares: Matemáticas. Bogotá.

1	Longitud, Área: encerrar áreas grandes y pequeñas. Comparación abertura de ángulos. Intuición de conservación de líquidos y masas	Intuición de perímetro Intuición de medición. Comparación cualitativa de longitudes y con un patrón		
2	Comparación cualitativa de área Intuición de conservación de líquidos y masas	Longitud Construcción de escalas. Perímetro por cubrimiento. Áreas por recubrimiento y con grillas. Comparación cualitativa y con un patrón. Comparación de ángulos con recto	Longitud: Kilómetro, metro, decímetro y centímetro. Perímetro por medición Recubrimiento con cm ² , dm ²	Equivalencia gráfica de unidades de longitud
3	Volumen: cubos, masas, líquidos. Intuición de conservación de volumen	Áreas: por producto. Ángulos: rotación de %, Yz, K. Unidad no estándar.	Longitud: cm, m, dm, km. Perímetro Recubrimiento con cm ² , dm ²	Generalización de perímetro Equivalencia gráfica de unidades de longitud Área rectángulo
4		Volumen: granos, cubos; conteo y producto.	Área: comprensión de cm x cm = cm ² dm ² , m ² Ángulos: 0°, 90°, 180°, clases	Noción de longitud: transformación por producto o cociente Fórmulas para perímetro y área de rectángulo
5° a 11°	A partir de 5°, ya deben haber consolidado la conservación de cantidad y se puede aplicar a otras nociones como la relación parte todo en fracciones y decimales. En el sistema métrico se sigue aplicando al abordar medidas equivalentes y factores de conservación.	A partir de 5° ya han construido un sistema de medición y con las nuevas unidades que se aprenden en ciencias y matemáticas se puede hacer un abordaje sin pasar por unidades no estándar. Tampoco es esencial la comparación cualitativa, lo cual no sobra. Especialmente al abordar medidas equivalentes, es importante evaluar la coherencia de una respuesta y este es un análisis cualitativo con base en el resultado cuantitativo. El aprendizaje de transformaciones y fórmulas en estos grado corresponde a las nociones de área y volumen y sus aplicaciones, en cada institución pueden organizar por grados en forma diferente: Noción de área y volumen <ul style="list-style-type: none"> Fórmulas para áreas y volúmenes de cuadriláteros, triángulos y paralelepípedos. Áreas de polígonos Volúmenes prismas Factores de conversión Volúmenes poliedros Área y perímetro de círculo y circunferencia Regiones compuestas y sombreadas. Volumen sólidos generados. Se recomienda que sea en 8° al introducir los números irracionales como π. Área de regiones compuestas y sombreadas. Variabilidad. Se recomienda en 8° y 9° como contexto para el álgebra y las funciones polinomiales. 		

En el desarrollo de esta estructura, caben muchas consideraciones adicionales que dan para un largo debate; pero quiero plantear algunos puntos muy puntuales para tener en cuenta en cualquier implementación al hacer transposiciones didácticas:

- En las representaciones de ejemplares y ejemplos es necesario recurrir a formas regulares e irregulares rotadas en diferentes formas; usar bordes y superficies rectos y planos o curvos de modo que el pensamiento nocional se consolide en preescolar, se pueda avanzar al pensamiento proposicional en primaria y estructurar en conceptos en bachillerato.
- Es definitivo comparar variaciones en la forma conservando la medida, variaciones en el área conservando el perímetro, variaciones en perímetro conservando el área, llevar a condiciones extremas de máximo perímetro con área fija o de máxima área con perímetro fijo. Así mismo, es esencial hacer comparaciones cambiando la frontera y conservando la totalidad, cambiando el interior pero conservando la frontera y la totalidad. Adicionalmente, se deben hacer comparaciones conservando la cantidad y variando la unidad, comparar el mismo objeto con diferentes unidades o diferentes objetos con la misma unidad o diferentes objetos con diferentes unidades. Mediante estas tres estrategias se avanza en el análisis variacional y por ende en la configuración del pensamiento formal.

- En todo momento debe prevalecer la verbalización de los niños y atender sus explicaciones para comprender las elaboraciones que hacen; de esta forma el lenguaje se constituye en un vehículo real del aprendizaje. Las operaciones lógicas y los instrumentos de conocimiento, junto con el desarrollo de habilidades codificadoras y decodificadoras aseguran la formación de estructuras cognitivas de diferente nivel de gradualidad, de lo nocional y proposicional, a lo conceptual y formal.

Bibliografía de referencia:

1. DE LA TORRE, Andrés (2003). El método socrático y el modelo de van Hiele. *Lecturas Matemáticas*. Vol 24, 99–121. Universidad de Antioquia. Medellín.
2. FLORES MACIAS, Rosa del Carmen. (2005). El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas. En: *Educación Matemática*, agosto 2005, vol 17, N° 002. México.
3. KEMMIS, S (1993). *El currículum: más allá de la teoría de la reproducción*, ediciones Morata S.L. Madrid.
4. LATORRE BORRERO, Helena (2009). *Desarrollo Cognitivo en el marco de la Pedagogía Conceptual*. Sin editar ni publicar. Gimnasio La Montaña, Bogotá.
5. OCDE. Programa PISA. (2006) ¿Qué es y para qué sirve? Acceso enero 15 del 2009. <http://homepage.mac.com/quantitativo/Maestria2008/PISAGeneralEspañol.pdf>.
6. OREALC/UNESCO. *Aportes para la enseñanza de las matemáticas*. LLECE. Santiago DE Chile, 2009.
7. URIBE CAMARGO, Leonor. (2005). Una herramienta de análisis para fundamentar propuestas didácticas en Geometría Escolar. Universidad Pedagógica Nacional. Memorias XXI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística - Tomo VI. Bogotá.