

Haciendo uso de la historia para enseñar cálculo de probabilidades

Salvador Naya (salva@udc.es)

Escuela Politécnica Superior de Ingeniería Industrial y Naval

Universidad de A Coruña, España

Resumen

Dado la dificultad que entraña el aprendizaje de los fundamentos de la teoría de probabilidad, en este trabajo se propone un modo alternativo de introducción de estos conceptos por medio de la Historia. La idea consiste en motivar a los alumnos con anécdotas y problemas reales, al tiempo que se comentan las aportaciones básicas de cada autor. Más que llevar al alumno a través de grandes resultados lo que se busca es dar una visión de los conceptos probabilísticos ligados a la historia comentando los problemas que llevaron a que esta teoría matemática llegase hasta nuestros días. Puesto que en un curso introductorio de estadística y probabilidad se suele llegar a la definición axiomática de Kolmogorov, este será el punto final de esta incursión en la historia de la probabilidad.

Introducción

La prehistoria de la estadística cómo de la probabilidad está ligada a los primeros asentamientos humanos. La presencia del hueso astrágalo (hueso del talón en los mamíferos) en excavaciones arqueológicas parece confirmar que los juegos de azar tienen una antigüedad de más de 40000 años.

Grecia, Egipto, China, Roma o las culturas precolombinas usaron el azar para representar lo impredecible. Así, en las pirámides de Egipto se encontraron pinturas que muestran juegos de azar de la época de 3.500 años a.C. Herodoto, historiador griego nacido en el año 484 a. de C., escribe sobre la popularidad en esa época de los juegos de azar, especialmente mediante la tirada de tabas y dados. En las civilizaciones antiguas, el azar tenía origen divino. Por ejemplo, era frecuente que en Grecia y Roma, los sacerdotes o pitonisas utilizaran la combinación que resultaba de lanzar cuatro tabas (las tabas tenían cuatro caras distintas) en los templos de los dioses como procedimiento mediante lo cuál la Fortuna, los Hados y el Destino podían expresar sus deseos.

Durante cientos de años el problema de determinar la probabilidad de lanzar dados quedaba sin resolver, ya que, para los jugadores o pitonisas, el aleatorio va ligado al incalculable, creencia a que llegaban después de grandes intentos sin éxito sobre el cálculo de sus predicciones. A pesar de la gran afición al juego de los dados entre egipcios, griegos y romanos, estos no advirtieron que en un gran número de jugadas se tendía a obtener el mismo número de veces una cara que las restantes del dado, sí este estaba bien construido. No se advertía la equiprobabilidad de los resultados elementales.

Las culturas antiguas, basadas en el determinismo, consideran que no es posible encontrar una causa que permita predecir el resultado de tirar un dado, sino que este resultado se debe la voluntad divina. Con el Cristianismo, estos planteamientos van evolucionando lentamente. Para San Agustín (354- 430), la

mano de Dios estaba en todas partes y nada acaecía sin causa; nada era aleatorio. Más adelante Santo Tomás de Aquino (1226- 1274) considera que el azar y la suerte existen.

Los renacentistas italianos

Al igual que muchas de las disciplinas modernas las probabilidades también tienen sus inicios en el Renacimiento. En esta época es cuando comienza una nueva visión del mundo. Se inicia con un movimiento de liberación como reacción al espíritu de la Edad Media, que imponía a la conciencia nociones teológicas que limitaban todas las posibilidades humanas. Como consecuencia de esta nueva visión se abandona las explicaciones teológicas y se realiza una reconsideración de los experimentos aleatorios. La invención de la imprenta, a mediados del siglo XV, permitirá difundir los conocimientos existentes hasta entonces, lo que impulsa definitivamente el desarrollo del cálculo de probabilidades. Los primeros científicos que se preocupan por resolver problemas de índole estadística fueron los renacentistas italianos: Pacioli, Cardano, Tartaglia y Galileo. A continuación se hará una pequeña exposición de sus contribuciones más notorias.

Luca Pacioli fue fraile franciscano y profesor de matemáticas en varias ciudades italianas. Su principal obra, “Summa de arithmetica, proportioni et proportionalita”, impresa en Venecia en el año 1494, puede considerarse como la primera enciclopedia de matemática pura y aplicada. Es en esta obra donde propone uno de los primeros problemas sobre probabilidad, conocido como problema de los puntos o del reparto de la apuesta. Este problema se enunciaba del siguiente modo: *“Se realiza un juego hasta 60 puntos con una apuesta de 22 ducados. En razón de ciertas circunstancias, el juego no puede ser terminado. En el momento en que se suspende, uno de los jugadores ha alcanzado la cifra de 50 puntos y el otro la de 30. ¿Cuál parte de la apuesta debe recibir cada contrincante?”*.

Giordano Cardano (1500- 1571), médico, matemático y astrónomo italiano escribió en su autobiografía “De vita propria liber” sentir una gran atracción por los juegos de azar, en particular por los dados y las cartas. En su libro “De Liber de ludo aleae”, Cardano expone los primeros fundamentos de la probabilidad: para algunos historiadores este será el primer texto sobre probabilidad. Aquí es donde se presenta por vez primera la relación de los sucesos elementales obtenidos al realizar un experimento, concretamente se enumeran los 36 posibles resultados del lanzamiento de dos dados o los 216 del lanzamiento de tres dados.

Niccolo Fontana , también llamado “Tartaglia” por su tartamudez, nació en la ciudad de Brescia en el año 1500, hijo de un correo que murió cuando él tenía 6 años, dejando así a la familia en la pobreza. Cuando tenía 12 años, durante un saqueo por las tropas francesas de Gaston de Foix recibió 5 heridas en cabeza, una de ellas le perforó la tráquea y lo dejó tartamudo. Llegaría a asumir de tal manera su apodo que firmaría parte de sus obras como Nicolaus Tartalea Brisensis (Nicolás el Tartamudo de Brescia). Tartaglia publica en 1551 en Venecia “De lana travagliata inventionone”, en el que aborda asuntos tan curiosos como lo de reflotar un barco o la predicción del tiempo. Aunque su mayor obra sería “General trattato dice numeri et Misuri”, consta de 6 partes que comprenden 40 libros. Moriría en el año 1557 en Venecia, sólo y pobre. Hoy en día se le conoce por el

triángulo de Tartaglia, aunque ya había constancia de que esta relación se conocía con anterioridad en otras culturas como la ancestral china.

Galileo Galilei, nace en Pisa en 1564, era hijo de Vizencio de Florencia que ejercía de profesor de música. En 1572 su familia retorna a la Florencia, pero Galileo quedaría en Pisa donde estudia con la Orden Camaldolese. Posteriormente estudiaría medicina en la universidad de Pisa, aunque por libre se interesará por las matemáticas teniendo como tutor a Filippo Fantoni y posteriormente a Ostilio Ricci, que había sido alumno de Tartaglia. A los 25 años obtiene la cátedra de matemáticas en la Universidad de Pisa. A los 28 años, en 1592, mejoró su situación aceptando una posición de profesor en la universidad de Padua, de la república de Venecia, que mantuvo incluso los 46 años. A la edad de 46 años, en 1610, Galileo descubrió el telescopio presentando sus asombrosos descubrimientos: de las montañas de la Luna, las lunas de Júpiter o las fases de Venus. Astutamente, dio el nombre de la familia Medici a las lunas de Júpiter logrando así el puesto de Matemático y Filósofo del Gran Duque de la Toscana. Los descubrimientos astronómicos de Galileo favorecían el sistema copernicano, lo que presagiaba serios problemas con la Iglesia.

Parece que el interés por la probabilidad le surge a Galileo porque un amigo le consultó el problema siguiente: los resultados 9 y 10 se pueden obtener con tres dados mediante seis combinaciones diferentes, pero la experiencia muestra que el resultado 10 se obtiene más veces que la suma 9. Galileo razonó que de las 216 combinaciones posibles equiprobables, 27 eran favorables a que resultara el 10 y 25 eran favorables a que resultara el 9.

Blaise Pascal (1623 - 1662)

Blaise Pascal nació el 19 de junio de 1623 en Clermont (Francia) y muere el 19 de agosto de 1662 en París. Muchos autores consideran como origen del cálculo de probabilidades la correspondencia entre Pascal y Fermat: cinco cartas que intercambiaron a partir de 1654. Pascal tuvo una gran influencia de su padre, Etienne Pascal, quien le daría una fuerte formación matemática. Hay que mencionar que el conocido como “caracol de Pascal” es obra de Etienne Pascal y no Blaise. Su correspondencia con Fermat permitiría crear la teoría sobre probabilidad.

El problema de los puntos (ya tratado inicialmente por Pacioli) fue lo que el Caballero De Meré, un jugador empedernido, le propuso a Pascal, y este, a su vez se lo comunicó a Fermat. Consistía en cómo debería repartirse el dinero de las apuestas depositado en la mesa si los jugadores se habían visto obligados (seguramente por la policía ya que el juego estaba prohibido) a finalizar la partida sin que exista un ganador. El problema podría enunciarse del siguiente modo: *“Intenta conseguir un 1 en 8 lanzamientos de un dado, pero el juego se interrumpe después de 3 intentos fallidos. ¿En que proporción debe ser compensado cada jugador?, Cuya solución nos dice que debería dársele el 59.81% del dinero apostado al jugador que lleva ventaja.”*

Pascal también pretende demostrar la existencia de Dios mediante el uso de las probabilidades. Los estados serían: $E1$ = existe Dios; $E2$ = no existe Dios. Las alternativas posibles: $a1$ = llevar una vida piadosa, $a2$ = llevar una vida mundana. Para ordenar las alternativas, en primer lugar han de ordenarse las consecuencias,

y ese orden depende de la persona. Pascal propone el cálculo de la máxima utilidad esperada que en este caso sería llevar una vida piadosa y Dios existe.

Pierre de Fermat (1601- 1665)

Pierre de Fermat nació en Montauban, cerca de Toulouse, en 1601 y murió en Castresel en 1665. Pasó toda su vida en el sur de Francia. No era matemático sino jurista, y ninguno de sus trabajos de matemáticas dio la luz hasta después de su muerte. Pasó a la posteridad por postular el teorema que lleva su nombre, que dejaría sin demostrar diciendo que tenía una demostración pero no le cogía en el margen de la página. Su correspondencia con Pascal sería estudiada por matemáticos posteriores como Bernoulli.

Aunque era jurista, era presidente del tribunal de Toulouse, sus contribuciones a las matemáticas fueron notorias. De las cartas que intercambiaría con Pascal surge la base del estudio posterior sobre probabilidad. Parte de esta correspondencia es la siguiente:

*“A modo de prueba cogí una baraja de 52 cartas en la que hay 4 ases, y elegí como hecho favorable lo de extraer uno cualquiera de ellos. Primero mezclaba bien las cartas y luego hacía la extracción. Anotaba el resultado volvía a barajar por completo haciendo luego la joven retirada de la carta. Como aquí dispongo de algunos mancebos a mi servicio, cuando yo estaba cansado ellos continuaban con la labor. Así estuvimos no pocos días. Han hecho ya 2000 pruebas tenemos contados 110 casos en los que apareció uno cualquiera de los ases. Por lo tanto la frecuencia de éxito los va quedando $110 / 2000 = 0,055$. Y tan singular a cuestión que seguiré con la investigación de esa frecuencia de éxitos. Incluso buscaré otras experiencias. Se me ocurre depositar en una bolsa diversos objetos distinguidos, señalar un grupo de ellos como "de éxito", batir bien la bolsa, extraer sin mirar uno y anotar sí y o no del grupo distinguido. [...]
Vuestro devoto servidor, Pedro Fermat”*

Christiaan Huygens (1629- 1695)

Huygens nació en la Haya (Holanda). Su padre, Constantín Huygens, era filósofo y diplomático y a través de él Christiaan tuvo acceso a los más importantes círculos científicos, sobre todo con Descartes que influyó en su educación matemática. Ejercería de diplomático pero su afición por las matemáticas lo llevaría a estudiar las series de vida. Son famosas, al igual que ocurre con Fermat y Pascal, las cartas que intercambiaría con su hermano Lodewijk Huygens, que para varios historiadores, suponen el inicio de la estadística actuarial sobre seguros de vida. En 1657 un pequeño trabajo llamado “De Ratiociniis in Ludo Aleae” sería la más importante aportación a la teoría de la probabilidad en la segunda mitad de él siglo XVII, ejerciendo gran influencia sobre Jacob Bernoulli y De Moivre

Los bernoulli

Los Bernoulli constituyen una de las familias más ilustres en la historia de las matemáticas. Nueve de sus miembros fueron destacados científicos de su época, cuatro fueron elegidos miembros de la Academia de Ciencias de París y tres contribuyeron notablemente a la historia de la teoría de la probabilidad. El padre fue emigrante forzado por la persecución auspiciada por el Duque de Alba para frenar a los protestantes. Durante más de 100 años ocuparon la cátedra de

matemáticas de la universidad de Basilea. También ganaron, en distintos períodos, las Cátedras de Física, Fisiología, Anatomía, Oratoria, Lógica y Derecho.

Jacob (Jacques) Bernoulli (1654- 1705)

Jacob (James) fue el primero de la familia dedicarse a las matemáticas, escribió un amplio tratado, *Ars Conjectandi*, sobre el cálculo de probabilidades, publicado en 1713, ocho años después de su muerte. La obra se divide en cuatro partes. En la primera estudia la obra de Huygens, *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, haciéndole distintos comentarios, que algunos autores consideran de más valor que el propio tratado de Huygens. En el resto de la obra expone una teoría nueva de la probabilidad, usando ideas de Huygens. Enuncia en esta obra la teoría de los grandes números que Bernoulli demostró en 1689, y aplica la teoría de la probabilidad a cuestiones interesantes de la ciencia económica.

Introduce el concepto de esperanza matemática con el siguiente enfoque: Supongamos que alguien esconde en una mano 3 monedas y en la otra 7. Dos personas indican cada una la diferente mano y obtienen las monedas correspondientes a la mano señalada. Ambos obtendrán conjuntamente 10 monedas. Cada uno tuvo idéntico derecho a señalar las manos, así que la esperanza conjunta debe ser dividida la mitad, es decir, que la esperanza de cada uno es obtener 5 monedas. Si el número de casos en los cuáles se obtiene la suma a es p y el número de los que ocurre la suma b es q y todos los casos pueden producirse igualmente, entonces el valor de la esperanza es $(pa+qb)/(p+q)$

En una nota, Bernoulli generaliza el problema del reparto de las apuestas al caso en que los dos jugadores no tengan iguales posibilidades de ganar. Así llega a lo que se conoce como Fórmula de Bernoulli o Distribución Binomial: Si en una serie de pruebas independientes las posibilidades de éxito son a , mientras que las de fallo son b , entonces la probabilidad de r éxitos en n pruebas es:

$$\text{Probabilidad de } r \text{ éxitos en } n \text{ pruebas} = \binom{n}{r} a^r b^{n-r} / (a+b)^n$$

Nicolaus I Bernoulli (1687- 1759)

Nicolaus I Bernoulli estudió matemáticas bajo la supervisión directa de sus tíos Jacob y Johann. No sólo se ocupó de editar la obra cumbre de su tío Jacob, sino que personalmente trabajó seriamente en el cálculo de probabilidades. En 1709 defendió su tesis para la obtención del grado de Licenciado en Derecho con el título “Sobre la aplicación del arte de la conjetura a problemas de Derecho”. Un problema interesante que Nicolaus I trata en su tesis es cuando podemos dar legalmente por muerto a un individuo que se ausenta largo tiempo de su ciudad . Nicolaus I escribe que debe considerarse al ausente muerto cuando la probabilidad de que haya fallecido sea el doble de la probabilidad de que aún esté vivo. Además, añade que esto ocurrirá cuando hayan transcurrido tantos años como para que, del número de personas de la misma edad que el ausente, la cantidad de muertos supere en el doble a la cantidad de las que quedan vivas. Propone un ejemplo concreto: Un joven de 20 años abandona el país sin tenerse noticia alguna de él. Por las tablas de mortalidad encontramos que sólo 1/3 de los individuos de 20 años alcanzan los 58 años y 2/3 mueren antes de esa edad,

entonces después de 38 años de su partida el este individuo puede considerársele muerto.

Nicolaus I Bernoulli publicó muy poco y seleccionó estrictamente aquellos trabajos que podrían darse a conocer, destruyendo el restante. Una parte de sus ideas acerca de las probabilidades llegó incluso a través de la correspondencia que mantuvo con Pierre Rémond de Montmort y que este publicó en la segunda edición de su obra Ensayo sobre los juegos de azar.

Daniel Bernoulli (1700- 1782)

Daniel Bernoulli se doctoró en medicina en 1721, en la Universidad de Basilea, en relación con las probabilidades, sus trabajos están encaminados a las aplicaciones prácticas y a la interpretación de los cálculos probabilísticos.

Daniel Bernoulli considera que la esperanza matemática se basa en la suposición de que todos los individuos “esperan” lo mismo de un determinado juego, pero argumenta que este razonamiento no es correcto. Según su punto de vista las expectativas de cada uno dependen del capital que posee y plantea un ejemplo. Supongamos que a una persona que nada tiene se le propone la posibilidad de con igual probabilidad obtener veinte mil ducados o no recibir nada. En este caso su esperanza sería de diez mil ducados. Daniel considera totalmente razonable que este individuo venda su derecho en algo menos que su esperanza, digamos nueve mil ducados. Sin embargo, un individuo muy rico iría contra sus intereses realizando semejante venta. Daniel desarrolla esta idea y así introduce la definición de esperanza moral. Daniel utiliza el concepto de esperanza moral para argumentar su posición en contra de los juegos de azar.

Daniel Bernoulli es quien introduce de forma sistemática los métodos del análisis infinitesimal en la Teoría de Probabilidades. Este será su principal aporte a esta rama de las matemáticas. La idea principal que lo guió fue del siguiente tipo: cuando en una urna hay una cantidad muy grande de tarjetas, la alteración producida en esta cantidad por la extracción de una tarjeta puede considerarse infinitamente pequeña.

En un trabajo posterior propone la determinación de la duración media de los matrimonios. Éste era un problema realmente difícil en esa época, pues en él existían datos estadísticos acerca de su duración real. Así que decide utilizar los resultados del tipo anterior para realizar los cálculos correspondientes.

Con la obra de los Bernoulli y sus contemporáneos se dieron los primeros pasos en la formación de una nueva rama de las matemáticas, la Teoría de Probabilidades, y además comenzaron a vislumbrarse sus posibilidades de uso en diferentes ramas de la actividad humana.

Abraham De Moivre (1667- 1754)

De Moivre estudió primero en una escuela católica (aunque los padres eran protestantes), después estudió en la academia protestante de Sedan y luego estudió lógica en Seamor. Conoció el trabajo de Huygens, De Ratiociniis in Ludo Aleae, en la Sorbona, donde estudia matemáticas y física. En 1688 se traslada a Londres como consecuencia de la persecución de los protestantes. En Londres se

ve obligado a impartir clases particulares de matemáticas, ya que los extranjeros tenían dificultades para conseguir un puesto de profesor. Conoce a Newton, Halley y Leibniz que lo acercaron a Royal Society.

Su gran contribución a teoría de la probabilidad es su obra “Doctrine of Changes”, también titulada “A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play”, que será la segunda obra más importante sobre esta teoría, después de la ya citada “Ars Conjectandi” de Jacob Bernoulli. De Moivre escribió también una memoria, “De Mensura Sortis”, en la cual recoge comentarios sobre cómo establecer la probabilidad en el caso particular del Problema de los Puntos. Pero la gran aportación de De Moivre a la teoría de la probabilidad es el teorema que lleva su nombre, por lo que aproxima la distribución binomial a la normal. En su libro “Doctrine of Chances” es donde aparece por primera vez la función de densidad de la distribución normal.

Thomas Bayes (1702- 1761)

El reverendo inglés Thomas Bayes es probable que fuera alumno de De Moivre. En 1731, Bayes escribe un tratado titulado “Divine Benevolence, or an attempt to prove that Principle End of the Divine Providence and Government is the happiness of His Creatures”, en él argumenta que el fin principal de la Deidad es la felicidad de sus criaturas. Bayes intentaba establecer unas leyes fijas las que habían obedecido los sucesos que ocurren, porque el mundo era el resultado de una causa inteligente, y de esta manera confirmaba la existencia de Dios. La importancia de Bayes en la teoría de la probabilidad es decisiva, pues es el iniciador de un de los más importantes fundamentos de esta teoría: lo de obtener las probabilidades de las causas por las que puede haber sido producido un suceso que se observó. Este fundamento, es lo que se conoce como probabilidad inversa, cuya formula publicó Bayes en 1763.

El estadístico inglés D.V. Lindley escribió 200 años después de su muerte; “*es difícil encontrar un trabajo que contenga ideas tan importantes y originales como el de Bayes. Su teorema debería figurar al lado de la formula de Einstein $E = mc^2$, como una de las grandes y sencillas verdades*”.

También tiene gran resonancia como precursor de la teoría de la decisión, ya que sus puntos de vista sobre probabilidad e inferencia inductiva fueron ampliamente adoptados y aplicados a multitud de problemas de inferencia estadística y de la teoría de la decisión. La metodología bayesiana facilita la corrección de las probabilidades subjetivas, elemento básico de la teoría de la decisión.

Pierre Simon Laplace (1749- 1827)

Laplace nació en Beaumont (Francia), el 23 de marzo de 1749 y murió el 5 de marzo de 1827, en París. Su capacidad intelectual le permitió tocar diversos campos de la ciencia, así su nombre está relacionado con la astronomía, la mecánica celeste, la geodesia, la teoría de la probabilidad, el cálculo y las ecuaciones diferenciales. Apoyado por De Alambert obtiene plaza de profesor en la École Militaire donde daría clases a Napoleón Bonaparte. Alrededor de 1795 participó activamente en la organización de los planes de estudios de la École Normal y de la École Polytechnique, al ser nombrado ministro por Napoleón.

Laplace en su obra, “Théorie Analytique des Probabilités”, formaliza la teoría clásica de la probabilidad. También merece especial interés su aportación a la teoría de la decisión, ya que en sus trabajos aparecen los elementos básicos de un problema de decisión. Posteriormente, su obra principal se veía enriquecida por las siguientes memorias: “Memoire sur les suites récurrentes et sur les usages dans la théorie des hasards”, en el cual estudia el problema de la Duración del Juego, que ya había tratado De Moivre. Laplace encuentra la solución mediante una ecuación en diferencias finitas con una variable independiente. En “Memoire sur la probabilité des causes par les évènements”, Laplace enuncia por primera vez y de una manera clara el principio para la estimación de la probabilidad inversa que había tratado Bayes. En esta misma memoria estudia también el Problema de los Puntos y define los conceptos de media aritmética, como promedio de los valores observados, y promedio geométrico, como el valor que correspondería a la abscisa del centro de gravedad del área encerrada bajo una determinada curva. Por último, en 1776, Laplace publica otra memoria bajo el título “Recherches sur l'integration des Equations differentielles aux différences finies, et sur leur usages dans la theorie des hasards”, en la cual expone sus ideas de carácter general sobre la probabilidad.

En la última sección de “Essai philosophique sur les probabilités”, Laplace escribe “Notice historique sur le calcul des Probabilités”, donde de la importancia histórica de esta rama del conocimiento cuando dice: “... es extraordinario que una ciencia que comenzó considerando el tema de los juegos, haya dado lugar por ella misma a uno de los más importantes objetivos del conocimiento humano”.

Uno de los trabajos más conocidos de la teoría de la probabilidad “Théorie Analytique des Probabilités de Laplace” es donde expone su demostración del método de mínimos cuadrados. También es de resaltar la fórmula que propone para el cálculo de probabilidades, y que hoy conocemos como fórmula de Laplace. A continuación se reproduce parte de la carta que envía a Napoleón en la que le explica esta fórmula de cálculo de probabilidades.

Carta de Laplace a Napoleón:

“Sire, La benevolencia con la que vuestra majestad se ha dignado acoger el homenaje de mi Tratado sobre Mecánica Celeste me ha inspirado el dedicarle también esta obra sobre el cálculo de probabilidades. Este cálculo delicado se aplica a las cuestiones más importantes de la vida, que en su mayor parte no son más que problemas de probabilidad.

La Teoría de la Probabilidad consiste en reducir todos los sucesos que pueden tener lugar en una circunstancia dada, a un cierto número de casos igualmente posibles, es decir tales que nosotros seamos totalmente indecisos respecto a su existencia y a determinar entre estos casos, el número de los que son favorables al suceso cuya probabilidad se busca. El cociente de este número entre los casos posibles, es la medida de esta probabilidad que no es más que una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables, y cuyo denominador es el número de casos posibles.”

Johann Carl Friedrich Gauss (1777- 1855)

Gauss, matemático, astrónomo y físico alemán considerado el más grande matemático de toda la historia publica en 1823 publica “Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae”, donde presenta su famosa curva conocida por Campana de Gauss.

Entre sus hazañas se cuenta que a los 7 años empezó en la escuela elemental y ya dejó notar su potencial: el maestro quedó sorprendido cuando sumó los enteros del 1 al 100, que le pusieran de castigo, al darse cuenta de que era la suma de 50 pares, cada uno con suma 101, con el que el resultado sería 5050. Con 21 años descubrió como construir un polígono regular de 17 lados. Su tesis de doctorado es conocida como el teorema fundamental del álgebra.

Con 24 años en el 1801 fue requerido para encontrar un joven planeta (que resultó ser el asteroide Ceres) de la que se tenían sólo algunas observaciones (9 posiciones) perdiéndole la pista por completo, con estas observación Gauss idea un método (método de mínimos cuadrados) con el que encontraría dicho astro lo estimar el lugar donde tenían que dirigir los telescopios el 7 de diciembre de 1801. A raíz de este trabajo fue nombrado director del observatorio astronómico de Göttingen, lo que lo llevaría el estudio del error en las medidas astronómicas, descubriendo lo que se conoce como distribución de los errores o curva gaussiana. Gustaba de contactar con otros científicos y cuando le informaban de algún nuevo descubrimiento solía contestar que lo sabía ya él desde hacía tiempo. Este desinterés por las publicaciones llevaría a discutir la autoría de varios de sus hallazgos con otros matemáticos, incluso la campana de Gauss con Moivre o el método de mínimos cuadrados con Laplace. Dejó un legado de memorias que se descubrieron por un nieto suyo, años después de su muerte, conteniendo muchos resultados importantes de las matemáticas.

Siméon Denis Poisson (1781- 1840)

Alumno de Laplace y Lagrange. Poisson enseña en la escuela politécnica desde el año 1802 hasta 1808 cuando consiguió la plaza de astrónomo del “Bureau des Longitudes”. En 1809 fue nominado como profesor de matemáticas puras en la facultad de ciencias.

En “Recherchés sur la probabilité des jugements”, trabajo importante en probabilidad publicado en el año 1837, presenta la que llamamos distribución de Poisson. Esta distribución describe la probabilidad de que un evento fortuito, ocurrido en un tiempo (o en un intervalo del espacio), bajo las condiciones de que la probabilidad de ocurra un acontecimiento sea muy pequeña, pero el número de intentos es muy grande. También se conoce a esta distribución como ley de los sucesos raros.

La escuela de probabilistas rusos

Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821- 1894)

Sus primeros maestros fueron su madre y una prima que le enseñaron francés y aritmética. Este idioma le permitirá comunicarse con el resto de científicos europeos. Tenía una pierna más ancha que otra lo que le impedía participar en muchas actividades de la infancia. Le tocó vivir una época posterior a la de la

derrota de Napoleón en Rusia, lo que suponía un resurgimiento del orgullo nacional, pero también un aislamiento del resto de Europa.

Sus primeros trabajos los publicó en francés en la propia Francia. Como curiosidad mencionar que en la exposición universal de Chicago (por el 400 aniversario del descubrimiento de América) expuso 7 inventos mecánicos suyos, entre ellos una bicicleta especial para mujeres.

Su tesis fue sobre teoría de probabilidades, leída en 1846, en ella resolvía de forma rigurosa los resultados existentes, en particular, la ley de Poisson de los grandes números. En 1867 usó la desigualdad de Bienaymé para generalizar la ley de los grandes números que daría como resultado la conocida como desigualdad de Bienayme- Chebyshev. Veinte años más tarde publica una generalización del teorema central del límite. Fue el primero en usar las nociones de cantidad aleatoria o valor esperado. También generalizó la función Beta. Es conocida la desigualdad de Chebychev que permite calcular la probabilidad de que una variable aleatoria se separe de su promedio sobre la base de desviación típica de la misma: Será el iniciador de una escuela de probabilistas rusos, conocida como la escuela de Chebyshev, que todavía hoy son admirados sus discípulos por el rigor de sus trabajos.

Andrei A. Markov (1856 - 1922)

Markov fue discípulo de Chebyshev quien le sustituyó en los cursos de teoría de la probabilidad. Tuvo problemas físicos de pequeño, a los 10 años no podía andar sin muletas. Aunque esto no le impidió que en la escuela secundaria destacara por su gran habilidad con las matemáticas. Vivió en una época de grande actividad política en Rusia, en la que se involucró por sus firmes ideas. Sus primeros trabajos fueron en teoría de números, muy apreciados polos matemáticos rusos de la época.

En probabilidades, aunque propuso la desigualdad que lleva su nombre y que generaliza la desigualdad de su maestro Chebyshev, pasaría a la posteridad por sus estudios sobre Cadenas de Markov. Las cadenas de Markov son secuencias de variables aleatorias donde la probabilidad de que ocurra un evento puede ser calculada con las probabilidades de los eventos anteriores. También estudió series de variables mutuamente dependientes y probó el teorema central del límite con hipótesis generales. Se interesó también por la poesía aplicando ideas de las cadenas de dos estados, (vocales y consonantes) al estudio léxico. Fue un excelente de profesor.

Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903- 1987)

Kolmogorov nació en Tambov (Rusia). Estudió Historia y Matemáticas en la Universidad Estatal de Moscú, donde fue discípulo de Nikolai Luzin doctorándose en 1925. En 1931 fue contratado cómo profesor de matemáticas en la Universidad de Moscú, donde obtuvo en 1937 la cátedra de Teoría de la Probabilidad.

Kolmogorov fue criado por sus tías, pues quedó huérfano de madre lo morir esta en el parto, y su padre, técnico agrónomo, murió al ser llamado las filas para luchar en el ejercita ruso en la guerra civil del 1918. La familia de la madre era de la nobleza rusa y nunca admitió al padre que era un trabajador, de hecho la

madre se fugó de casa al quedar embarazada y dio la luz en la casa de una amiga, muriendo en el intento. Kolmogorov cuenta que fue siempre muy cuidado por sus tías, Vera y Nadiesha, simpatizantes de los principios democráticos de la intelectualidad rusa y de las ideas de Tolstoi, de que los señores debían de trabajar junto a los siervos y de aliviar con la instrucción las diferencias sociales. Las tías proporcionanle cariño y cultura. La primera escuela a la que va, de una docena de alumnos, practicaba métodos innovadores en pedagogía, aquí Kolmogorov, a la edad de 6 años, escribe en el boletín, “Golondrinas primaverales”, el primer descubrimiento matemático de su larga vida. Se trataba de verificar que la suma de los primeros números impares consecutivos es siempre un cuadrado: $1+3=4$, $1+3+5=9$, $1+3+5+7=16$,...

También publica en este boletín escolar problemas como “*de cuántas maneras se pueden coser los botones de forma que ninguno de los cuatro agujeros quede libre*”, dice que este problema surge de la aplicación de la enseñanza de sus tías que además de cultura también se ocupaban de que supiera recoger leña, jardinería o coser botones. A los 7 años lo envían a Moscú donde estudia en la escuela Repman, que tenía fama de seguir métodos novedosos en la enseñanza buscando obtener un pensamiento liberal de sus alumnos. Dirigida por dos profesores, muy radicales en los métodos modernos: los grupos eran mixtos, no se daban notas (solo aprobado o suspenso) y podía asistirse a la materia donde el alumno había tenido mayor rendimiento. Varios de los alumnos de esta escuela serían miembros destacados de la Academia de las Ciencias. Esta escuela siempre sería recordada por Kolmogorov como una gran experiencia y marcaría su interés por la pedagogía y formación de jóvenes talentosos que permanecería incluso hasta su muerte en el 1987.

De la escuela Repman pasa a asistir las clases de Luzin (academia que este eminente matemático tenía en Moscú y que era conocida como Luzitania), después Luzin pasaría a ser profesor de la Universidad de Moscú ejerciendo una gran influencia debido a su valía y su fuerte carácter. A raíz de un consejo que le da Luzin publica, con 19 años en 1928, un artículo sobre series trigonométricas que le reportaría fama mundial. En el año 1929 organiza una excursión por el Volga en barco de remos donde invita al también matemático Alexandrov, naciendo una amistad que durará hasta la muerte de éste. En este viaje escribe un manual titulado “sobre los métodos analíticos en la teoría de la probabilidad” que marcarían la base de su posterior axiomática sobre la probabilidad. Con esto daría un giro radical al estudio de esta ciencia. Posteriormente harán más viajes juntos, viajaron por Alemania y Francia, aprovechando para visitar a distintos matemáticos como Hilbert, Courant (ambos catedráticos de Gotinga) o Félix Bernstein, también profesor de Gotinga y fundador del Instituto de Estadística Matemática, que se ocupaba de la aplicación de la estadística la genética y la teoría de la herencia. En Francia se reunirían con el profesor Maurice Fréchet, quien venía de formalizar axiomáticamente las bases de la teoría de espacios de dimensión infinita y que también estaba a trabajar en problemas teóricos de la teoría de la probabilidad.

Una gran preocupación de Kolmogorov era la pedagogía. Nunca abandonaría el contacto con la juventud invirtiendo tiempo y dinero para la formación de los jóvenes: “Siempre pensé que esta labor educativa sería de las que mayor reporte me daría y ayudaría en el trabajo futuro”, comentaba. Su grande ilusión era crear una escuela integral, similar a Repman (donde estudiara) para poner en práctica

sus ideas pedagógicas. Sería uno de los fundadores, en 1967, de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS creando un internado anexo a la Universidad de Moscú para alumnos con dificultades económicas. Sus múltiples contribuciones en distintos campos de la matemática lo sitúan entre los grandes científicos del siglo XX.

Referencias

Bernhardt, H. (1989) La familia de matemáticos Bernoulli. En *Biografías de grandes matemáticos*. H. Wussing & W. Arnold. Prensas Universitarias de Zaragoza.

Gnedenko, B.V. y Kolmogorov, A.N. (1954) *Limits Distributions for Sums of Independent Random Variables*, Chelsea.

Maistrov, L.E. (1974). *Probability Theory: A Historical Sketch*, Academic Press.

Sánchez Fernández, C. ; Valdés Castro, C. (2001) *Los Bernoulli. Geómetras y Viajeros*. Nivola. Madrid.

Sánchez Fernández, C. ; Valdés Castro, C. (2003) *Kolmogorov:El Zar del Azar*. Nivola. Madrid.

Sánchez Fernández, C. y Valdés Castro, C. (2004) *De los Bernoulli a los Bourbaki. Una historia del arte y la ciencia del cálculo*. Nivola. Madrid.

Pearson, K. (1978): The History of the Statistics in the 17th and 18th Centuries. Ed. Macmillan. Nueva York.

De Mora, M. S. (1989): Los inicios de la Teoría de la Probabilidad: siglos XVI y XVII. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, Bilbao.

Hald, A. (1990): A History of Probability and Statistics and their Applications before 1750.

John Wiley & Sons. New York.

Huygens, C. (1888- 1950): Oeuvres Complètes. 22 volúmenes. Société Hollandaise des

Sciences. Nijhoff, La Haye.

<http://www.economics.soton.ac.uk/staff/aldrich/aldrich.htm>